

Problemas de Otimização

Os métodos aprendidos para encontrar valores extremos têm aplicações práticas em muitas áreas do dia-a-dia. Um homem de negócios quer minimizar custos e maximizar lucros. Um viajante quer minimizar o tempo de transporte. Agora vamos resolver problemas tais como maximizar áreas, volumes e lucros, e minimizar distâncias, tempo e custos. Na solução de tais problemas práticos o maior desafio está frequentemente em converter o problema em um problema de otimização matemática, estabelecendo a função que deve ser maximizada ou minimizada. Vamos lembrar os princípios do problema-solução discutidos e adaptá-los para esta situação:

Passos na Solução dos Problemas de Otimização

- 1- Compreendendo o problema – Leia cuidadosamente o problema até que ele seja claramente entendido. O que é desconhecido? Quais as quantidades dadas? Quais as condições dadas?
- 2- Faça um diagrama – Na maioria dos problemas é proveitoso fazer um diagrama e identificar as quantidades dadas e pedidas no diagrama.
- 3- Introduzindo uma notação – Atribua um símbolo para a quantidade que deve ser maximizada ou minimizada (por ora vamos chamá-lo de Q). Selecione também símbolos (a, b, c, \dots, x, y) para outras quantidades desconhecidas e coloque esses símbolos no diagrama.
- 4- Expresse Q em termos de outros símbolos da etapa 3.
- 5- Se Q for expresso como uma função de mais de uma variável na etapa 4, use as informações dadas para encontrar relações (na forma de equações) entre essas variáveis. Use então essas equações para eliminar todas menos uma das variáveis para a expressão Q . Assim $Q = f(x)$, por exemplo. Escreva o domínio dessa função.
- 6- Use os métodos anteriores para encontrar os valores máximo e mínimo absolutos de f .

Exercícios

- 1- Um fazendeiro tem 2400 m de cerca e quer cercar um campo retangular que está na margem de um rio reto. Ele não precisa de cerca ao longo do rio. Quais são as dimensões do campo que tem maior área?
- 2- Uma lata cilíndrica é feita para receber 1 litro de óleo. Encontre as dimensões que minimizarão o custo do metal para produzir a lata.
- 3- Encontre o ponto sobre a parábola $y^2 = 2x$ mais próximo de $(1,4)$.
- 4- Um homem lança seu bote em um ponto A na margem de um rio reto, com largura de 3 km, e deseja atingir tão rápido quanto possível um ponto B na outra margem, 8 km rio abaixo (veja figura ao lado). Ele pode dirigir seu barco diretamente para o ponto C e então seguir andando para B, ou remar por algum ponto D entre C e B e então andar até B. Se ele pode remar a 6 km/h a andar a 8 km/h, onde ele deveria aportar para atingir B o mais rápido possível? (Estamos supondo que a velocidade da água é desprezível comparada com a velocidade na qual o homem rema.)
- 5- Encontre a área do maior retângulo que pode ser inscrito em um semicírculo de raio r .

