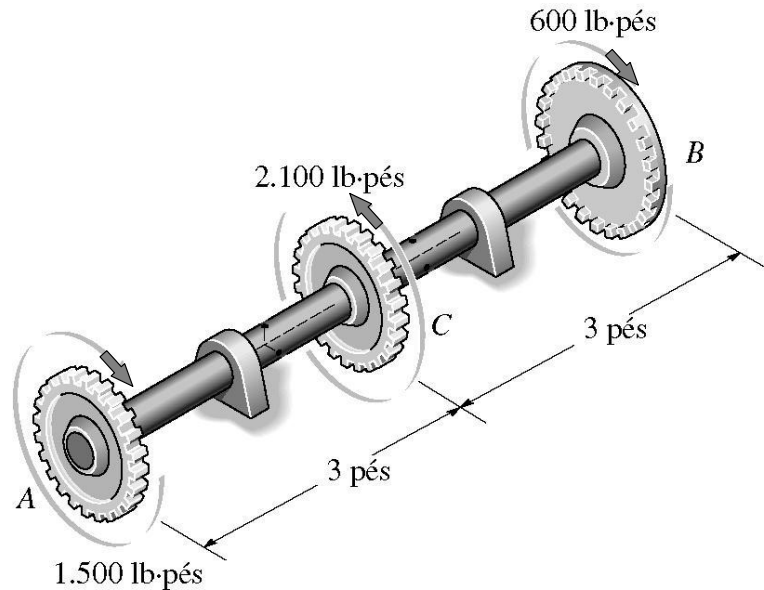


1) O eixo maciço de 1,5 pol de diâmetro é usado para transmitir os torques aplicados às engrenagens. Determinar a tensão de cisalhamento desenvolvida nos trechos AC e CB do eixo.

**Solução:**

Para o trecho AC temos:

$$T = 1500 \text{ lb.pés} = 1500 \text{ lb} \times 12 \text{ pol} = 18000 \text{ lb.pol}$$

$$d = 1,5 \text{ pol}$$

$$\tau_{AC} = \frac{Td}{2J} = \frac{Td}{2 \cdot \frac{\pi d^4}{32}} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 18000}{\pi \times 1,5^3} = 27162,4 \frac{\text{lb}}{\text{pol}^2}$$

Para o trecho CB temos:

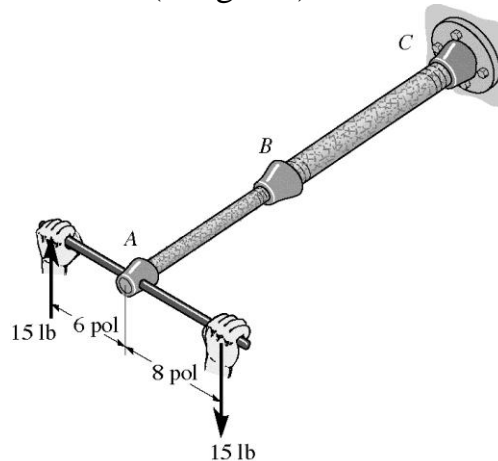
$$T = 600 \text{ lb.pés} = 600 \text{ lb} \times 12 \text{ pol} = 7200 \text{ lb.pol}$$

$$d = 1,5 \text{ pol}$$

$$\tau_{CB} = \frac{Td}{2J} = \frac{Td}{2 \cdot \frac{\pi d^4}{32}} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 7200}{\pi \times 1,5^3} = 10865 \frac{\text{lb}}{\text{pol}^2}$$

Resposta: A tensão de cisalhamento no trecho AC é de **27,2 ksi** e no trecho CB é de **10,9 ksi**.

2) O conjunto consiste de dois segmentos de tubos de aço galvanizado ($G=11000$ ksi) acoplados por uma redução em B. O tubo AB menor (10 pol de comprimento) tem diâmetro externo de 0,75 pol e diâmetro interno de 0,68 pol, enquanto o tubo BC maior (15 pol de comprimento) tem diâmetro externo de 1 pol e diâmetro interno de 0,86 pol. Supondo que o tubo esteja firmemente preso à parede em C, determinar a tensão de cisalhamento máxima desenvolvida em cada seção do tubo quando o conjugado mostrado é aplicado ao cabo da chave. Encontre, também, o ângulo total de torção em A - extremidade livre (em graus).

**Solução:**

$$T = 15 \text{ lb} \times 14 \text{ pol} = 210 \text{ lb}\cdot\text{pol} \quad G = 11000 \text{ ksi} = 11 \times 10^6 \text{ psi}$$

Para o trecho AB temos:

$$d_e = 0,75 \text{ pol} \quad d_i = 0,68 \text{ pol}$$

$$\tau_{AB} = \frac{Td}{2J} = \frac{Td_e}{2 \cdot \frac{\pi(d_e^4 - d_i^4)}{32}} = \frac{210 \times 0,75}{2 \times \frac{\pi(0,75^4 - 0,68^4)}{32}} = 7818,71 \frac{\text{lb}}{\text{pol}^2}$$

Para o trecho BC temos:

$$d_e = 1 \text{ pol} \quad d_i = 0,86 \text{ pol}$$

$$\tau_{BC} = \frac{Td}{2J} = \frac{Td_e}{2 \cdot \frac{\pi(d_e^4 - d_i^4)}{32}} = \frac{210 \times 1}{2 \times \frac{\pi(1^4 - 0,86^4)}{32}} = 2361,02 \frac{\text{lb}}{\text{pol}^2}$$

O ângulo total de torção é dado pela expressão:

$$\phi_{AC} = \frac{TL_{AB}}{GJ_{AB}} + \frac{TL_{BC}}{GJ_{BC}} = \frac{T}{G} \left(\frac{L_{AB}}{J_{AB}} + \frac{L_{BC}}{J_{BC}} \right)$$

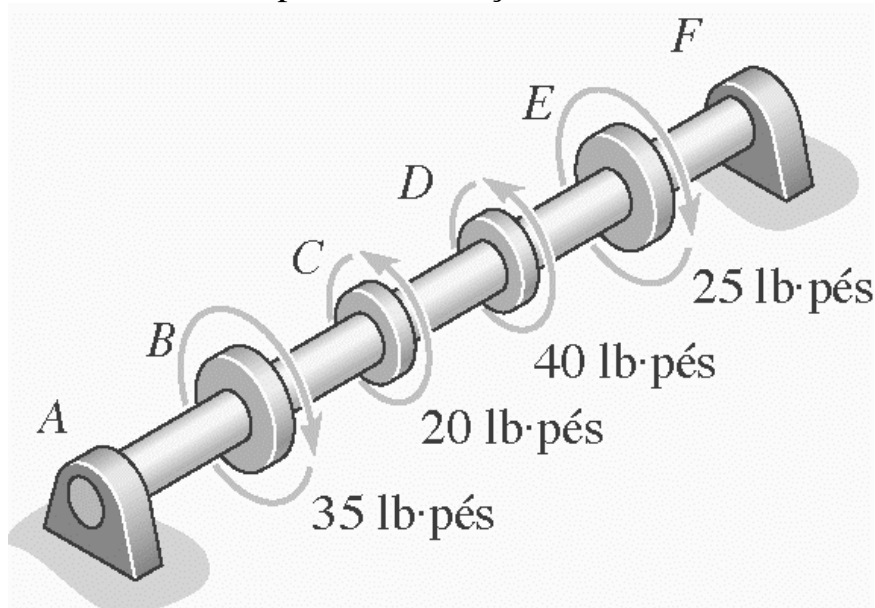
$$J_{AB} = \frac{\pi(0,75^4 - 0,68^4)}{32} \quad J_{BC} = \frac{\pi(1^4 - 0,86^4)}{32}$$

$$L_{AB} = 10 \text{ pol} \quad L_{BC} = 15 \text{ pol}$$

$$\therefore \phi_{AC} = 0,0254 \text{ rad} = 1,45 \text{ graus}$$

Resposta: As tensões de cisalhamento nos trechos AB e BC são 7,82 ksi e 2,36 ksi, respectivamente. O ângulo total de torção na extremidade livre é de 1,45°.

3) O eixo maciço tem diâmetro de 0,75 pol. Supondo que seja submetido aos torques mostrados, determinar a tensão de cisalhamento máxima desenvolvida nas regiões CD e EF. Os mancais em A e F permitem rotação livre do eixo.

**Solução:**

Para o trecho CD temos:

$$T = (35 - 20) \text{ lb.pés} = 15 \text{ lb} \times 12 \text{ pol} = 180 \text{ lb.pol}$$

$$d = 0,75 \text{ pol}$$

$$\tau_{CD} = \frac{Td}{2J} = \frac{Td}{2 \cdot \frac{\pi d^4}{32}} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 180}{\pi \times 0,75^3} = 2173 \frac{\text{lb}}{\text{pol}^2}$$

Para o trecho EF temos:

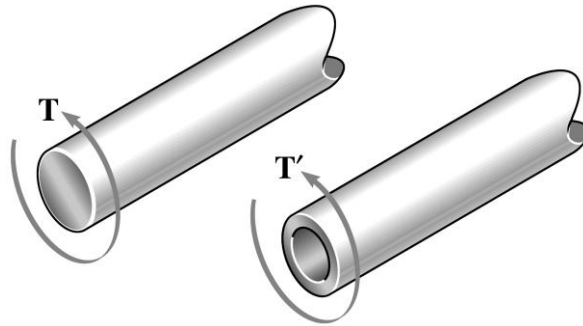
$$T = 0 \text{ lb.pés} = 0 \text{ lb.pol}$$

$$d = 0,75 \text{ pol}$$

$$\tau_{EF} = \frac{Td}{2J} = \frac{Td}{2 \cdot \frac{\pi d^4}{32}} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times 0}{\pi \times 0,75^3} = 0 \frac{\text{lb}}{\text{pol}^2}$$

Resposta: A tensão de cisalhamento no trecho CD é de **2,17 ksi** e no trecho EF é de **0,00 ksi**.

4) Um eixo é feito de liga de aço com tensão de cisalhamento admissível de $\tau_{adm} = 12$ ksi. Supondo que o diâmetro do eixo seja de 1,5 pol, determinar o torque máximo T que pode ser transmitido. Qual seria o torque máximo T' se fosse feito um furo de 1 pol de diâmetro ao longo do eixo?

**Solução:**

$$\tau_{adm} = 12 \text{ ksi} = 12000 \text{ psi}$$

$$d = 1,5 \text{ pol}$$

$$\tau_{adm} = \frac{T d}{2 J} = \frac{T d}{2 \cdot \frac{\pi d^4}{32}} = \frac{16 T}{\pi d^3}$$

$$T = \frac{\tau_{adm} \pi d^3}{16} = \frac{12000 \pi 1,5^3}{16} = 7952,16 \text{ lb} \cdot \text{pol}$$

Para o eixo com um furo de 1 pol

$$\tau_{adm} = 12 \text{ ksi} = 12000 \text{ psi}$$

$$d_e = 1,5 \text{ pol}$$

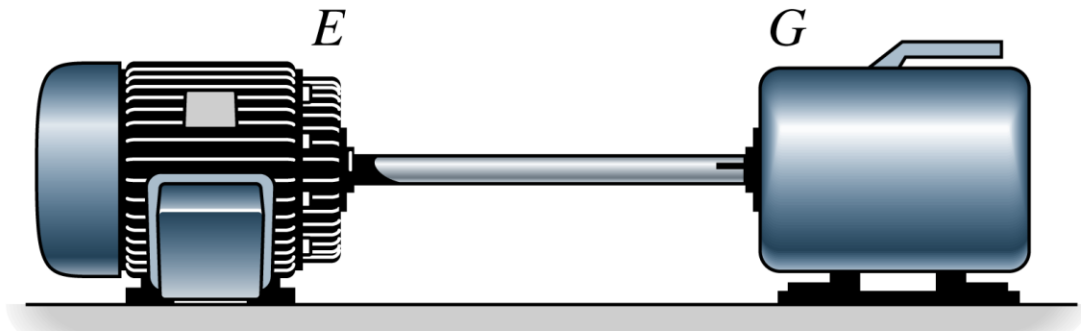
$$d_i = 1,0 \text{ pol}$$

$$\tau_{adm} = \frac{T' d}{2 J} = \frac{T d_e}{2 \cdot \frac{\pi(d_e^4 - d_i^4)}{32}} = \frac{T' \times 1,5}{2 \times \frac{\pi(1,5^4 - 1,0^4)}{32}} = 12000$$

$$\therefore T' = 6381,36 \text{ lb} \cdot \text{pol}$$

Resposta: As tensões de cisalhamento T e T' são, respectivamente, **7,95 kip.pol** e **6,38 kip.pol**.

5) O eixo de aço A-36 tem 3 m de comprimento e diâmetro externo de 50 mm. Requer que transmita 35 kW de potência do motor E para o gerador G. Determinar a menor velocidade angular (em rpm) que o eixo pode ter se a máximo ângulo de torção admissível é de 1° . O módulo de elasticidade transversal do aço A-36 é de 75 GPa.



Solução:

$$\phi = \frac{\pi}{180}$$

$$G = 75000 \text{ MPa} = 75000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$J = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi \times (50\text{mm})^4}{32}$$

$$L = 3 \text{ m} = 3000 \text{ mm}$$

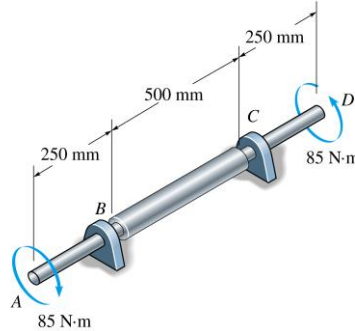
$$\phi = \frac{T L}{G J} \Rightarrow T = \frac{\phi G J}{L} = 267730 \text{ N mm}$$

$$P = 35 \text{ kW} = 35000000 \text{ N}$$

$$\omega = \frac{P}{T} = \frac{35000000}{267730} = 130,729 \text{ rad/s} = 1248,37 \text{ rpm}$$

Resposta: A menor velocidade angular deve ser de **1250 rpm**.

6) O eixo de aço A-36 ($G=75 \text{ GPa}$) está composto pelo tubo BC e por duas partes maciças AB e CD. Apóia-se em mancais lisos que lhe permitem girar livremente. Se as extremidades estão sujeitas a torques de 85 N.m , qual o ângulo de torção da extremidade A em relação à extremidade D? O tubo tem diâmetro externo de 40 mm e diâmetro interno de 30 mm . As partes maciças têm diâmetros de 20 mm .

**Solução:**

Ângulo total de torção de AD:

$$\phi_{AD} = \frac{TL_{AB}}{GJ_{AB}} + \frac{TL_{BC}}{GJ_{BC}} + \frac{TL_{CD}}{GJ_{CD}} = \frac{T}{G} \left(\frac{L_{AB}}{J_{AB}} + \frac{L_{BC}}{J_{BC}} + \frac{L_{CD}}{J_{CD}} \right)$$

Dados:

$$J_{AB} = \frac{\pi(20^4)}{32}$$

$$J_{BC} = \frac{\pi(40^4 - 30^4)}{32}$$

$$J_{CD} = \frac{\pi(20^4)}{32}$$

$$L_{AB} = 250 \text{ mm}$$

$$L_{BC} = 500 \text{ mm}$$

$$L_{CD} = 250 \text{ mm}$$

$$T = 85 \text{ N.m} = 85000 \text{ N.mm}$$

$$G = 75 \text{ GPa} = 75000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

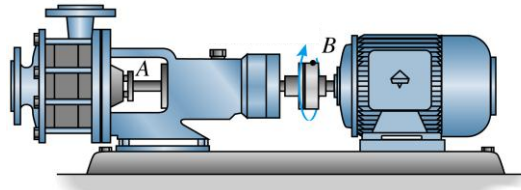
Assim:

$$\phi_{AD} = \frac{85000}{75000} \left[\frac{250}{\frac{\pi(20^4)}{32}} + \frac{500}{\frac{\pi(40^4 - 30^4)}{32}} + \frac{250}{\frac{\pi(20^4)}{32}} \right]$$

$$\therefore \phi_{AD} = 0,03937 \text{ rad} = 2,256 \text{ graus}$$

Resposta: O ângulo de torção da extremidade A em relação à extremidade D é de **2,26°**.

7) A bomba opera com um motor que tem potência de 85 W. Supondo que o impulsor em B esteja girando a 150 rpm, determinar o diâmetro do eixo de transmissão em A sabendo que a tensão de cisalhamento admissível do material do eixo é de 3,44 MPa.

**Solução:**

$$1 \text{ rotação} = 2\pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ minuto} = 60 \text{ s}$$

$$150 \text{ rpm} = 150 \times (2\pi \text{ rad}) / (60 \text{ s})$$

$$P = 85 \text{ W} = 85000 \text{ N} \cdot \text{mm} / \text{s}$$

$$\tau_{\text{adm}} = 3,44 \text{ MPa} = 3,44 \text{ N/mm}^2$$

$$P = T \omega \quad \Rightarrow \quad T = \frac{P}{\omega}$$

$$\tau_{\text{max}} = \frac{Td}{2J_t} \quad \Rightarrow \quad \tau_{\text{max}} = \frac{Td}{2\left(\frac{\pi d^4}{32}\right)} = \frac{16T}{\pi d^3} \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \tau_{\text{adm}}}}$$

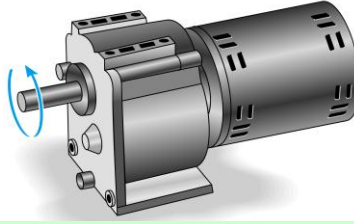
$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \frac{P}{\omega}}{\pi \tau_{\text{adm}}}}$$

Assim:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \frac{P}{\omega}}{\pi \tau_{\text{adm}}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \times \frac{85000}{150 \times \frac{2\pi}{60}}}{\pi \times 3,44}} = 20,00953 \text{ mm}$$

Resposta: O menor diâmetro de eixo deve ser de **20 mm**.

8) O motor de engrenagens desenvolve 0,4 hp quando gira a 600 rpm. Supondo que a tensão de cisalhamento admissível para o eixo seja $\tau_{adm} = 27,6 \text{ MPa}$, determinar o menor diâmetro de eixo que pode ser usado (em milímetros inteiros).



Solução:

$$1 \text{ rotação} = 2\pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ minuto} = 60 \text{ s}$$

$$0,4 \text{ hp} = 0,4 \times 550 \text{ pés} \cdot \text{lbf} / \text{s} = 2640 \text{ pol} \cdot \text{lbf} / \text{s}$$

$$\tau_{adm} = 27,6 \text{ MPa} = 27,6 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 27,6 \frac{1}{\left(\frac{1}{25,4}\right)^2 \text{ pol}^2} \frac{\text{lbf}}{\text{mm}^2} = 4003,04 \frac{\text{lbf}}{\text{pol}^2}$$

$$P = T \omega \Rightarrow T = \frac{P}{\omega} = \frac{2640}{600 \times \frac{2\pi}{60}} = 42,0169 \text{ lbf} \cdot \text{pol}$$

$$\tau_{max} = \frac{Td}{2J_t} \Rightarrow \tau_{max} = \frac{Td}{2\left(\frac{\pi d^4}{32}\right)} = \frac{16T}{\pi d^3} \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \tau_{adm}}}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \times 42,0169}{\pi \times 4003,04}} = 0,376705 \text{ pol} = 9,5683 \text{ mm} \cong 10 \text{ mm}$$

Resposta: O menor diâmetro de eixo deve ser de **10 mm**.