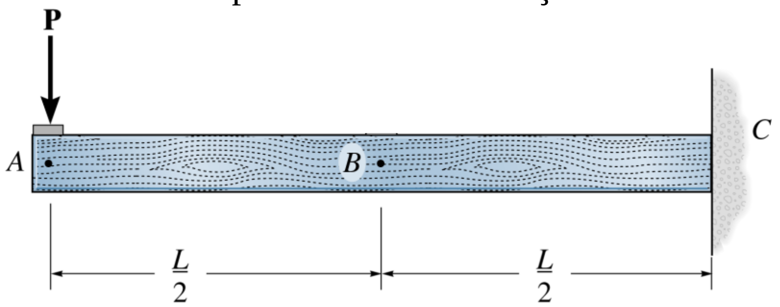
1) A viga de madeira tem seção transversal retangular de base **b** e altura **3b**. Supondo L = 3 m, determinar a dimensão **b**, de modo que ela atinja simultaneamente sua tensão de flexão admissível σ_{adm} = 9 MPa e uma tensão de cisalhamento τ_{adm} = 0,3 MPa. Além disso, qual carga máxima P ela suportará nessas condições?



Solução:

A tensão normal numa seção transversal de uma viga é: $\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I}c$

I= momento de inércia da seção (no caso, um retângulo). O centróide da seção situa-se no centro da altura. Na questão, o momento máximo, M_{max}, ocorre no apoio. Com os dados fornecidos na questão:

$$M_{max} = P \times L = 3000\ P$$

$$I = \frac{b \times (3b)^3}{12} = \frac{9b^4}{4}$$

$$c = \frac{h}{2} = \frac{3b}{2}$$

Assim: $\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I}c \Rightarrow \sigma_{adm} = \frac{M_{max}}{I}c \Rightarrow 9 = \frac{3000\ P}{\frac{9b^4}{4}} \times \frac{3b}{2} \Rightarrow P = \frac{9b^3}{2000}$ (1)

A tensão de cisalhamento numa seção transversal de uma viga é: $\tau_{max} = \frac{V_{max}\ Q}{I\ b}$

Na questão, o cortante máximo, V_{max}, ocorre no apoio. Com os dados fornecidos na questão:

$$V_{max} = P$$

$$Q = \left(b \times \frac{h}{2}\right) \times \frac{h}{4} = \left(b \times \frac{3 \times b}{2}\right) \times \frac{3 \times b}{4} = \frac{9b^3}{8}$$

Assim: $\tau_{max} = \frac{V_{max}\ Q}{I\ b} \Rightarrow \tau_{adm} = \frac{V_{max}\ Q}{I\ b} \Rightarrow 0,3 = \frac{P \times \frac{9b^3}{8}}{\frac{9b^4}{4} \times b} \Rightarrow P = \frac{3}{5}b^2$ (2)

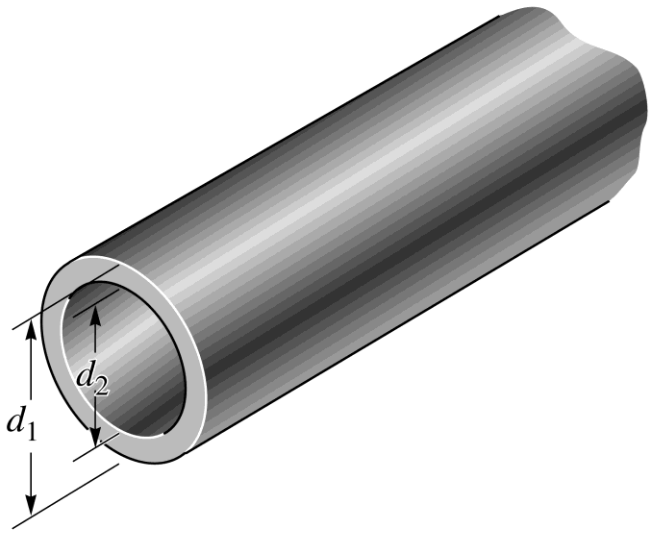
Das equações (1) e (2), temos que:

$$\frac{9b^3}{2000} = \frac{3}{5}b^2 \Rightarrow b = 133,3\ mm$$

$$P = \frac{3}{5}b^2 = \frac{3}{5}(133,3)^2 = 10666\ N$$

Resposta: A dimensão **b** deve ser de **b=133,3 mm** e uma força **P = 10,66 kN.**

2) Um tubo de aço com diâmetro externo de d_1 = 64 mm transmite 120 kW quando gira a 2700 rpm. Determinar o diâmetro interno d_2 do tubo, em milímetros inteiros, se a tensão de cisalhamento admissível for τ_{max} = 70 MPa.



Solução:

A relação entre potência e velocidade é:

$$P = T\,\omega \Rightarrow T = \frac{P}{\omega}$$

Assim, a tensão de cisalhamento máxima é:

$$\tau_{max} = \frac{T\,d_1}{2\,J_t} = \frac{\frac{P}{\omega}d_1}{2\left(\frac{\pi d_1^4}{32} - \frac{\pi d_2^4}{32}\right)} = \frac{P\,d_1}{2\,\omega\left(\frac{\pi d_1^4}{32} - \frac{\pi d_2^4}{32}\right)}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\pi d_1^4}{32} - \frac{\pi d_2^4}{32}\right) = \frac{P\,d_1}{2\,\omega\tau_{max}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi d_2^4}{32} = \frac{\pi d_1^4}{32} - \frac{P\,d_1}{2\,\omega\tau_{max}} \quad \Rightarrow \quad d_2^4 = d_1^4 - \frac{32\,P\,d_1}{2\,\pi\omega\tau_{max}}$$

$$\Rightarrow \quad d_2 = \sqrt[4]{d_1^4 - \frac{32\,P\,d_1}{2\,\pi\omega\tau_{max}}}$$

Como temos:

d_1= 64 mm

P= 120 kW = 120×10^6 N.mm/s

ω= 2700 rpm = 2700 × (2π rad) / (60s)

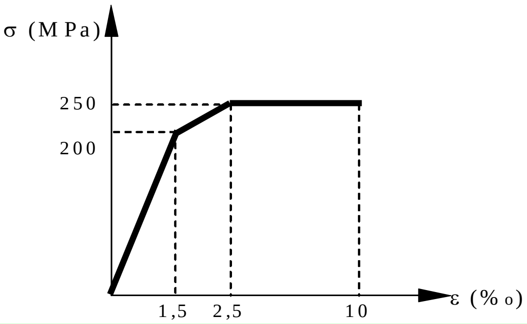
τ_{max}= 70 MPa = 70 N/mm^2

Então:

$$d_2 = \sqrt[4]{d_1^4 - \frac{32\,P\,d_1}{2\,\pi\omega\tau_{max}}} = \sqrt[4]{64^4 - \frac{32 \times 120 \times 10^6 \times 64}{2\pi \times 2700 \times \frac{2\pi}{60} \times 70}} = 62{,}03 \text{ mm}$$

Resposta: O diâmetro interno d_2 do tubo deve ser de **62 mm**.

3) Calcule o alongamento de um tubo de comprimento de 5,0 m, quando sujeito a uma tensão de tração de 225 MPa. O material desse tubo é visto no diagrama tensão versus deformação abaixo. Calcule, também, os módulos de elasticidade, resiliência e tenacidade desse material.



Solução:

Módulo de Elasticidade

$$E = tg\ \alpha = \frac{200}{0,0015} = 133333\ MPa = 133,3\ GPa$$

Módulo de Resiliência

$$u_r = \frac{0,0015 \times 200}{2} = 0,15\ MPa$$

Módulo de Tenacidade

$$u_t = \frac{0,0015 \times 200}{2} + \frac{(0,0025 - 0,0015)}{2} \times (200 + 250) + (0,010 - 0,0025) \times 250 = 2,25\ MPa$$

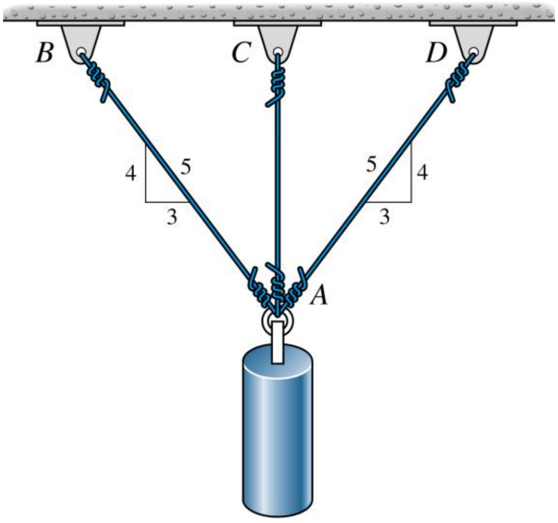
Na tensão de 225 MPa, o diagrama nos mostra que:

$$\varepsilon = \frac{(0,0025 + 0,0015)}{2} = 0,0020 \Rightarrow \varepsilon = \frac{\delta}{L} \Rightarrow \delta = \varepsilon \times L = 0,0020 \times 5000\ mm$$

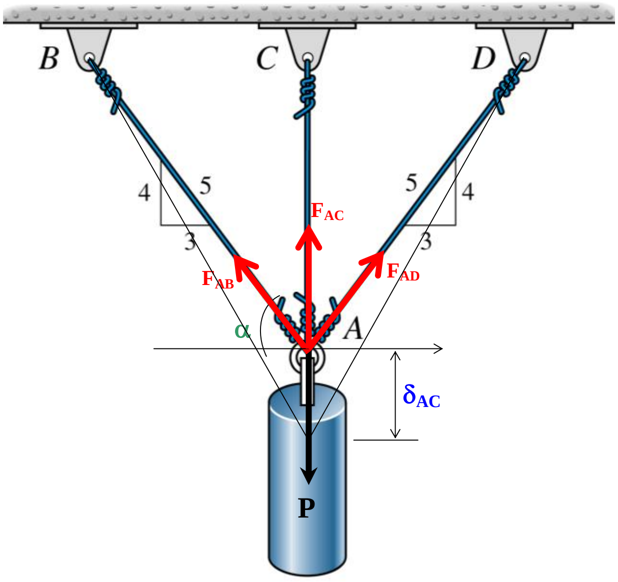
$$\therefore \delta = 10\ mm$$

Resposta: O alongamento do tubo de 5 m é de 10,0 mm. Os Módulos de Elasticidade, Resiliência e Tenacidade são: 133 GPa, 0,150 MPa e 2,25 MPa, respectivamente.

4) Os três arames de aço A-36 têm, cada um, diâmetro de 2 mm e comprimento (sem carga) de $L_{AC} = 1{,}6$ m e $L_{AB} = 2{,}00$ m. Determinar a força em cada arame depois que a massa de 150 kg for suspensa pelo anel em ***A***.



Solução:



Sabendo que:

$\text{sen}(\alpha) = 0{,}8$

$F_{AB} = F_{AD}$

$P = 150 \times 9{,}80665$ N

Equilíbrio de forças em y no nó A:

$$F_{AB} \times \text{sen}(\alpha) + F_{AD} \times \text{sen}(\alpha) + F_{AC} = P$$

$$\Rightarrow F_{AC} = P - 1{,}6 F_{AB} \qquad (1)$$

Compatibilidade

$$(2 + \delta_{AB})^2 = 1{,}2^2 + (1{,}6 + \delta_{AC})^2$$

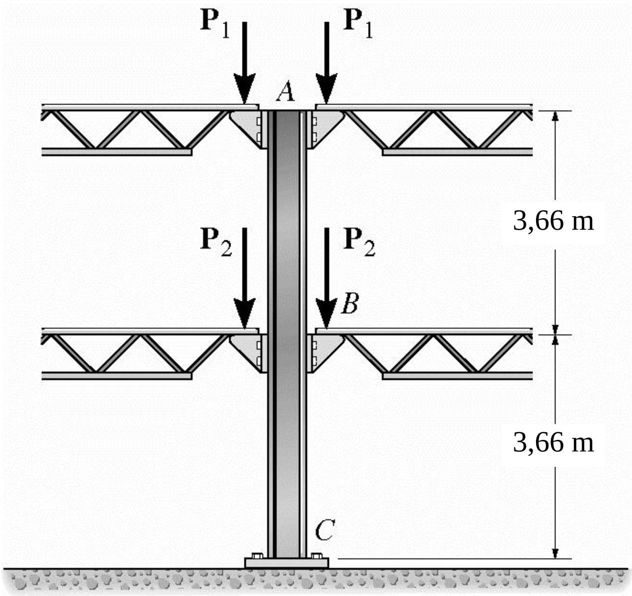
$$\left(2 + \frac{F_{AB} \times 2}{EA}\right)^2 = 1{,}2^2 + \left(1{,}6 + \frac{F_{AC} \times 1{,}6}{EA}\right)^2 \qquad (2)$$

Resolvendo as equações 1 e 2 simultaneamente temos:

$$F_{AC} = 726{,}701 \text{ N}$$

$$F_{AB} = F_{AD} = 465{,}185 \text{ N}$$

5) Uma coluna de aço A-36 (E=200 GPa) é usada para apoiar as cargas simétricas de dois pisos de um edifício. Determinar o deslocamento vertical de seu topo **A** se P_1= 178 kN, P_2= 276 kN e a coluna tem área da seção transversal de 150 cm^2.



Solução:

Dados:

a) Esforços normais:

$N_{AB} = -2P_1 = -2\times178$ kN $= -356$ kN

$N_{BC} = -2P_1 - 2P_2 = -2\times178$ kN -2×276 kN $= -908$ kN

b) Comprimentos:

$L_{AB} = L_{BC} = 3{,}66$ m $= 3660$ mm

c) Módulos de Elasticidade:

$E_{AB} = E_{BC} = 200$ GPa $= 200$ kN/mm^2

d) Áreas das seções transversais:

$A_{AB} = A_{BC} = 150$ cm^2 $= 15000$ mm^2

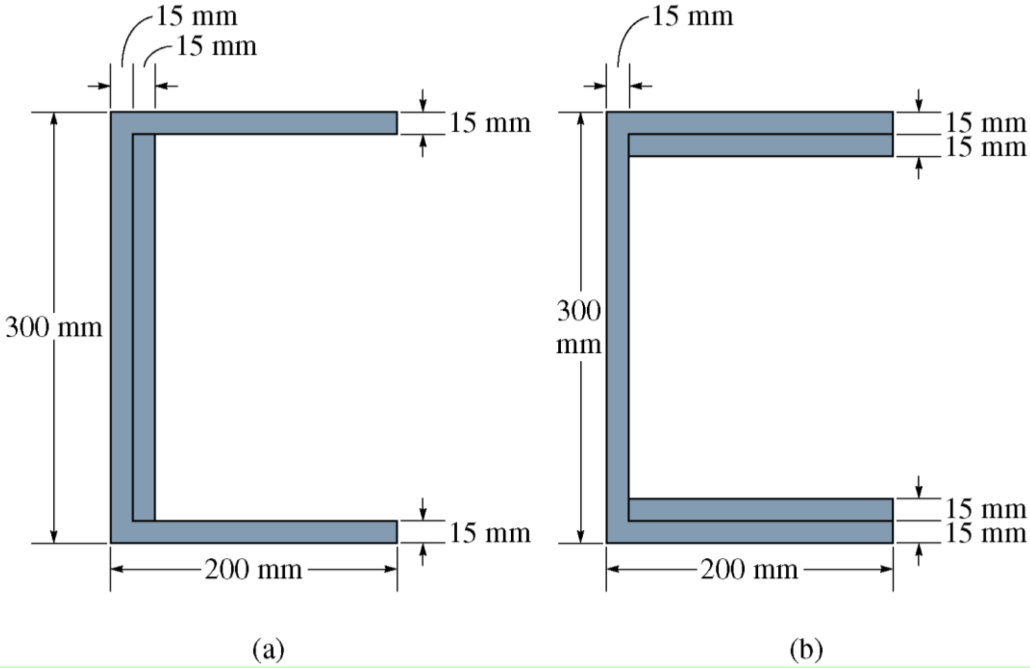
Assim:

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i L_i}{E_i A_i} \Rightarrow \delta_{AC} = \delta_{AB} + \delta_{BC} = \frac{N_{AB} L_{AB}}{E_{AB} A_{AB}} + \frac{N_{BC} L_{BC}}{E_{BC} A_{BC}} \Rightarrow$$

$$\delta_{AC} = \frac{-356 \times 3660}{200 \times 15000} + \frac{-908 \times 3660}{200 \times 15000} = -1{,}54208 \text{ mm}$$

Resposta: O deslocamento vertical de seu topo A é **1,54 mm** (encurtamento).

6) Calcule os momentos de inércia em relação ao eixo y (vertical) que passa pelos centróides das seções transversais vistas nas figuras abaixo.



Solução:

Adotando a origem dos eixos x e y no canto inferior esquerdo de cada seção:

Seção (a)

$$\bar{x}_a = \frac{[(15 \times 200) \times 100] \times 2 + (270 \times 30) \times 15}{(15 \times 200) \times 2 + 270 \times 30} = 51,17 \text{ mm}$$

$$I_a = \left[\frac{15 \times 200^3}{12} + (15 \times 200) \times (100 - 51,17)^2\right] \times 2 + \frac{270 \times 30^3}{12} + (270 \times 30) \times (51,17 - 15)^2$$

$$\therefore I_a = 45510700 \text{ mm}^4$$

Seção (b)

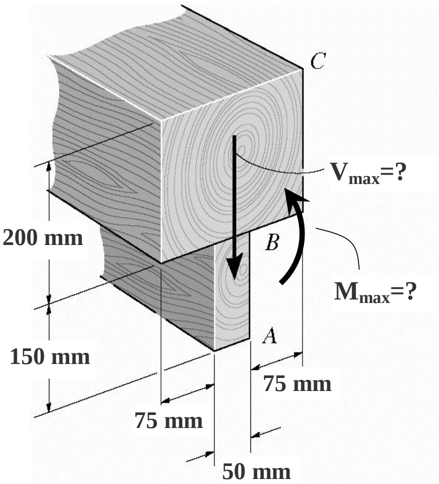
$$\bar{x}_b = \frac{[(30 \times 200) \times 100] \times 2 + (240 \times 15) \times 7,5}{(30 \times 200) \times 2 + 240 \times 15} = 78,6538 \text{ mm}$$

$$I_b = \left[\frac{30 \times 200^3}{12} + (30 \times 200) \times (100 - 78,6538)^2\right] \times 2 + \left[\frac{240 \times 15^3}{12} + (240 \times 15) \times (78,6538 - 7,5)^2\right]$$

$$\therefore I_b = 63761700 \text{ mm}^4$$

Resposta: Os momentos de inércia em relação ao eixo y que passa pelo centróide das seções a e b são: 4551,07 cm^4 e 6376,17 cm^4, respectivamente.

7) Uma viga de madeira tem seção transversal "T" como vista na figura abaixo. Determinar o maior momento fletor, $\mathbf{M}_{max}$, e a maior força cortante, $\mathbf{V}_{\mathbf{max}}$, que a viga pode suportar se o material da viga tem a sua tensão de flexão admissível $\sigma_{adm} = 20$ MPa e tensão de cisalhamento admissível $\tau_{adm} = 2$ MPa.



Solução:

Centro de gravidade da seção transversal tomando como base inferior como referência:

$$\bar{y} = \frac{(50 \times 150) \times 75 + (200 \times 200) \times 250}{(50 \times 150) + (200 \times 200)} \Rightarrow \bar{y} = 222{,}368 \text{ mm}$$

Momento de Inércia:

$$I_x = \left[\frac{50 \times 150^3}{12} + (50 \times 150) \times (\bar{y} - 75)^2\right] + \left[\frac{200 \times 200^3}{12} + (200 \times 200) \times (\bar{y} - 250)^2\right]$$

$$\therefore I_x = 340816886 \text{ mm}^4$$

Momento estático acima (que é igual abaixo) da linha neutra:

$$Q = [200 \times (350 - 222{,}368)] \times \frac{(350 - 222{,}368)}{2} = 1628982 \text{ mm}^3$$

Momento estático abaixo (que é igual acima) da ligação mesa-alma:

$$Q = (50 \times 150) \times (222{,}368 - 75) = 1105263 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{max} = \frac{M}{I_x} y \Rightarrow M_{max} = \frac{I_x \sigma_{adm}}{y} = \frac{340816886 \times 20}{222{,}368} = 30653353 \text{ N.mm}$$

$$\tau_{max} = \frac{V Q}{I_x b} \Rightarrow V_{max} = \frac{I_x b \tau_{adm}}{Q} = \frac{340816886 \times 50 \times 2}{1105263} = 30835{,}8 \text{ N}$$

Resposta: Maior momento fletor, $\mathbf{M}_{\mathbf{max}}$**=30,6 kN.m**, e maior força cortante, $\mathbf{V}_{\mathbf{max}}$**=30,8 kN**.