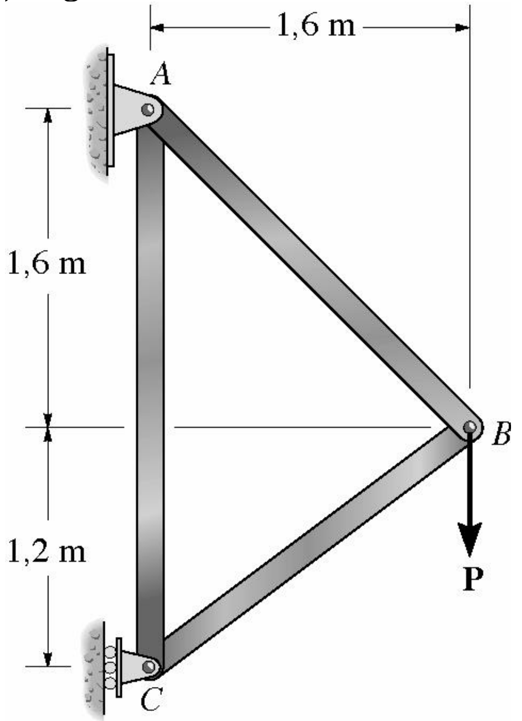
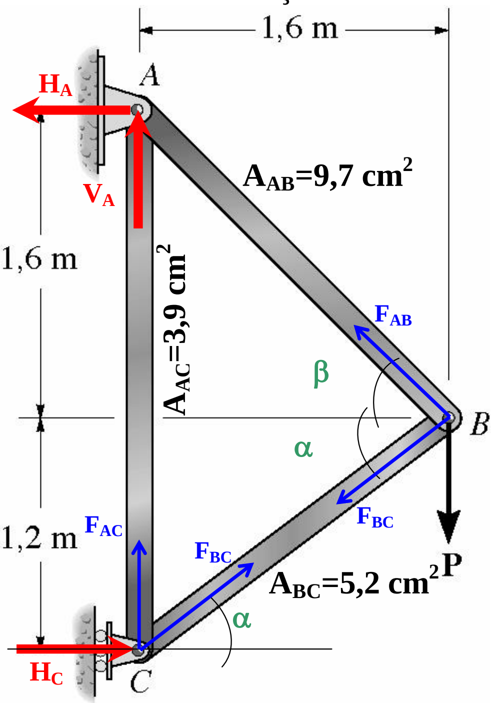
1) A treliça é feita de três elementos acoplados por pinos tendo as áreas das seções transversais: $A_{AB} = 9{,}7\ cm^2$, $A_{BC} = 5{,}2\ cm^2$ e $A_{AC} = 3{,}9\ cm^2$. Determinar a máxima carga P se a tensão normal admissível (tanto a tração quanto a compressão) é igual à 6,9 MPa.



Solução:

Para encontrar os esforços nas barras AB, BC e AC faremos o equilíbrio dos nós B e C



$$L_{AB} = \sqrt{1{,}6^2 + 1{,}6^2} = 1{,}6\sqrt{2}$$

$$\operatorname{sen}\beta = \frac{1{,}6}{1{,}6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos\beta = \frac{1{,}6}{1{,}6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$L_{BC} = \sqrt{1{,}2^2 + 1{,}6^2} = 2$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{1{,}2}{2} = 0{,}6$$

$$\cos\alpha = \frac{1{,}6}{2} = 0{,}8$$

Embora não sejam necessários os valores das reações de apoio: H_C, V_A e H_A (como visto adiante) , os cálculos são bem simples:

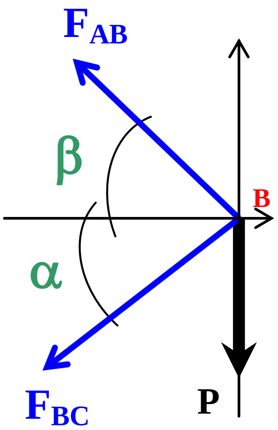
$$\sum M_{z(A)} = 0 \Rightarrow P \times 1{,}6 - H_C \times 2{,}8 = 0 \Rightarrow H_C = \frac{P \times 1{,}6}{2{,}8} = 0{,}571\,P$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_C - H_A = 0 \Rightarrow H_A = 0{,}571\,P$$
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - P = 0 \Rightarrow V_A = P$$

Por equilíbrio do nó B temos:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -P + F_{AB}\text{sen}\,\beta - F_{BC}\text{sen}\,\alpha = 0$$
$$\Rightarrow F_{AB}\text{sen}\,\beta - F_{BC}\text{sen}\,\alpha = P \qquad (1)$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -F_{AB}\cos\beta - F_{BC}\cos\alpha = 0$$
$$\Rightarrow F_{AB} = -F_{BC}\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \qquad (2)$$



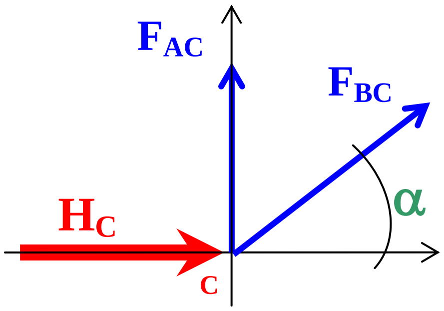
de (2) em (1) temos que:

$$\Rightarrow \left(-F_{BC}\frac{\cos\alpha}{\cos\beta}\right)\text{sen}\,\beta - F_{BC}\text{sen}\,\alpha = P$$
$$\Rightarrow -F_{BC}\cos\alpha - F_{BC}\text{sen}\,\alpha = P \quad \Rightarrow F_{BC}\left(-\cos\alpha - \text{sen}\,\alpha\right) = P$$
$$\Rightarrow F_{BC} = \frac{P}{-0{,}8 - 0{,}6} = \frac{P}{-1{,}4}$$
$$\therefore F_{BC} = -0{,}714\,P$$

de (2):

$$\Rightarrow F_{AB} = -F_{BC}\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = -\frac{P}{-1{,}4} \times \frac{0{,}8}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$
$$\therefore F_{AB} = 0{,}808\,P$$

Por equilíbrio do nó C temos:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{AC} + F_{BC}\text{sen}\,\alpha = 0$$
$$\Rightarrow F_{AC} = -F_{BC}\text{sen}\,\alpha$$
$$\Rightarrow F_{AC} = -\frac{P}{-1{,}4} \times 0{,}6$$
$$\therefore F_{AC} = 0{,}429\,P$$

Adotando cm e kN.

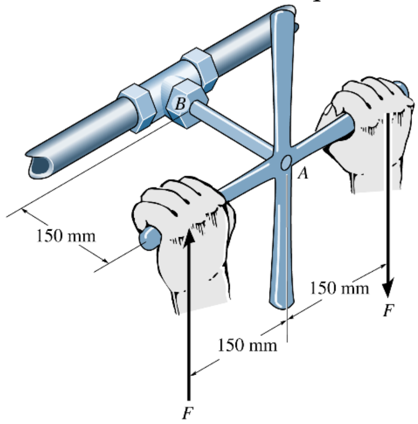
σ_{adm} = 6,9 MPa = 0,69 kN/cm^2

Assim, as tensões normais nos elementos da treliça são

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} \le \sigma_{adm} \Rightarrow \frac{0{,}808\,P}{9{,}7\,cm^2} \le 0{,}69\,\frac{kN}{cm^2} \quad \Rightarrow \quad P \le 8{,}28\,kN$$
$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} \le \sigma_{adm} \Rightarrow \frac{-0{,}714\,P}{5{,}2\,cm^2} \le -0{,}69\,\frac{kN}{cm^2} \quad \Rightarrow \quad P \le 5{,}02\,kN$$
$$\sigma_{AC} = \frac{F_{AC}}{A_{AC}} \le \sigma_{adm} \Rightarrow \frac{0{,}429\,P}{3{,}9\,cm^2} \le 0{,}69\,\frac{kN}{cm^2} \quad \Rightarrow \quad P \le 6{,}27\,kN$$

Resposta: A máxima carga que a treliça pode suportar é de P = 5,02 kN.

2) Supondo que o eixo maciço AB, ao qual está acoplado o volante da válvula, seja feito de latão C83400 (G=37 GPa), determinar o menor diâmetro do volante de modo que o ângulo de torção não exceda 0,5º e a tensão de cisalhamento não exceda 40 MPa quando F=25N



Solução:

Cálculo do torque em A:

$$T = F \times (150\ \text{mm} + 150\ \text{mm}) = 25\ \text{N} \times (150\ \text{mm} + 150\ \text{mm}) = 7500\ \text{N.mm}$$

- Usando a tensão de cisalhamento:

$$\tau_{adm} = \frac{Td}{2.\frac{\pi d^4}{32}} = \frac{16T}{\pi d^3} \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{16 \times T}{\pi \times \tau_{adm}}} \Rightarrow \qquad d = \sqrt[3]{\frac{16 \times 7500}{\pi \times 40}} = 9{,}85\ \text{mm}$$

- Usando o ângulo de torção:

$$\phi_{adm} = \frac{TL}{GJ} = \frac{TL}{G\frac{\pi d^4}{32}} \Rightarrow d = \sqrt[4]{\frac{32 \times T \times L}{G \times \pi \times \phi_{adm}}} \Rightarrow \qquad d = \sqrt[4]{\frac{32 \times 7500 \times 150}{37000 \times \pi \times 0{,}5\frac{\pi}{180}}} = 13{,}7\ \text{mm}$$

Resposta: Para as condições impostas, o menor diâmetro do volante deve ser igual **13,7 mm**.

3) Um ensaio de tração foi executado em um corpo-de-prova com um diâmetro original de 18 mm e um comprimento nominal de 100 mm. Os resultados do ensaio até a ruptura estão listados na tabela abaixo. Determine o módulo de elasticidade, E, a tensão de escoamento, σ_{esc}, a tensão de ruptura, σ_{rup}, o módulo de resiliência, u_r e o módulo de tenacidade, u_t.

Carga (kN)	δ (mm)
0	0
102	0,18
102	0,28
102	0,64
146	1,2
190	8,4
175	12

Solução:

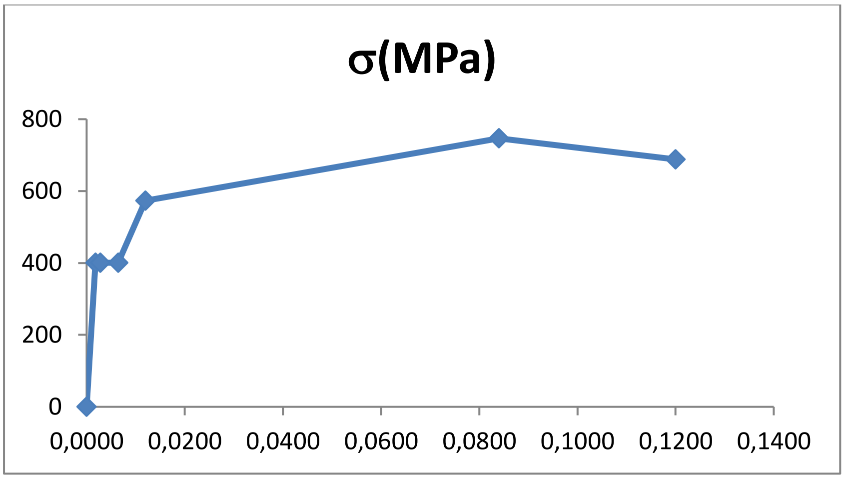
A coluna da carga (1 kN = 1000 N) deve ser dividida pela área da seção transversal do corpo-de-prova:

$$A = \frac{\pi \times (18\ \text{mm})^2}{4} = 254{,}469\ \text{mm}^2$$

A coluna do alongamento δ deve ser dividida pelo comprimento nominal do corpo-de-prova:
L_i = 100 mm

Assim temos uma nova tabela:

ε (mm/mm)	σ (MPa)
0	0
0,0018	400,8
0,0028	400,8
0,0064	400,8
0,0120	573,7
0,0840	746,7
0,1200	687,7



Módulo de Elasticidade E:

$$E = \frac{400{,}8\ \text{MPa}}{0{,}0018} = 222686\ \text{MPa} = 222{,}7\ \text{GPa}$$

Módulo de Resiliência u_r:

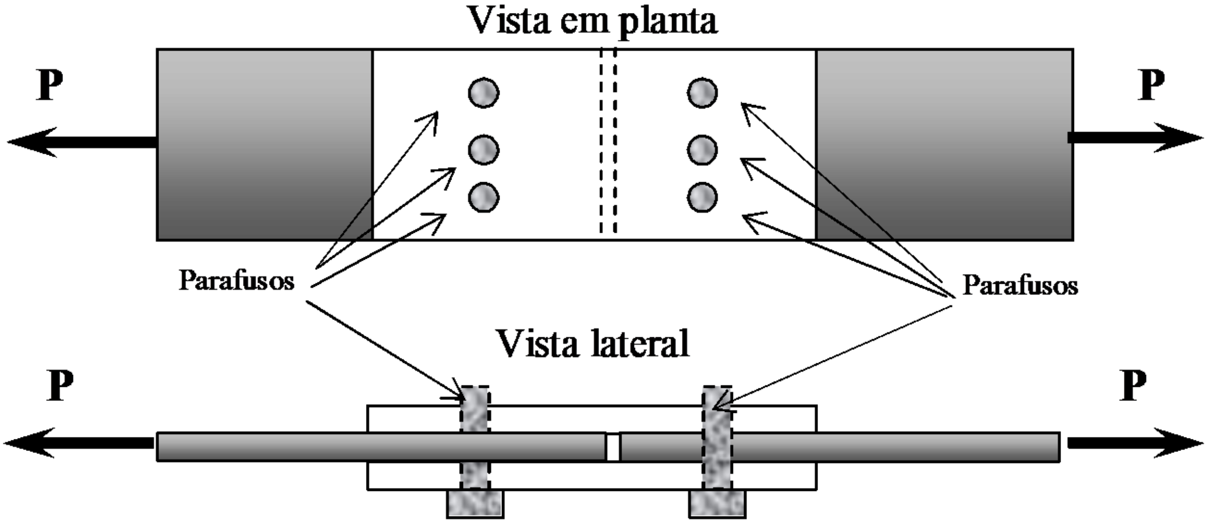
$$u_r = \frac{0{,}0018 \times 400{,}8\ \text{MPa}}{2} = 0{,}36075\ \text{MPa} = 360{,}8\ \text{kPa}$$

Utilizando-se a regra dos trapézios (soma de trapézios sob a curva tensão x deformação) temos o Módulo de Tenacidade: u_t = 78,2862 MPa

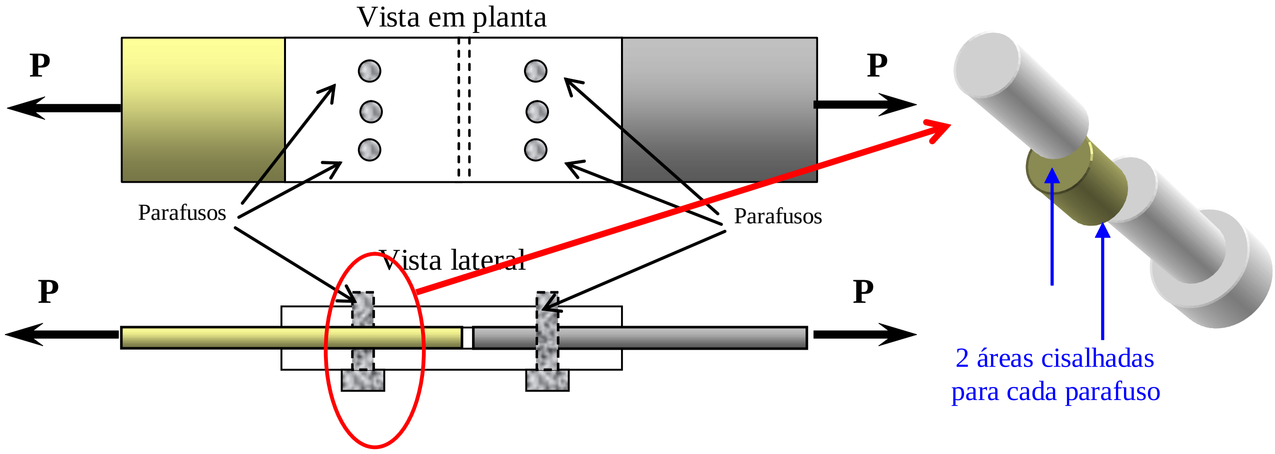
Resposta:

Módulo de Elasticidade = 223 GPa	Tensão de Escoamento = 401 MPa
Módulo de Resiliência = 361 kPa	Tensão Última (Resistência) = 747 MPa
Módulo de Tenacidade = 78,3 MPa	Tensão de Ruptura = 688 MPa

4) Achar a máxima carga P (em kN) que a conexão de parafusos de aço de 3/8 pol de diâmetro, representada pela figura abaixo pode suportar, sabendo que a tensão admissível ao cisalhamento do aço é τ_{adm}= 69 MPa.



Solução:



Veja a placa da esquerda e vamos analisá-la. Usando a definição de tensão de cisalhamento média, vamos calcular a tensão atuante na conexão, fazendo com que essa não seja maior que τ_{adm}. Note que cada parafuso tende a ser cisalhado em duas seções, ou seja, para cada parafuso temos A = 2 A_T, e como temos três parafusos, o total de áreas cisalhadas é 3×(2× A_T).

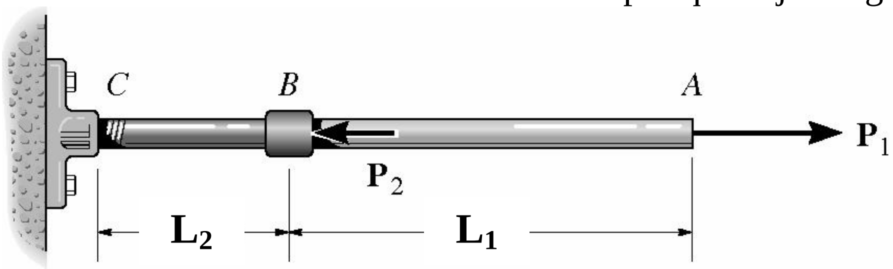
$$\tau = \frac{V}{3A} = \frac{P}{3\times\left(2\times\frac{\pi\times d^2}{4}\right)} \leq \tau_{adm}$$

$$\Rightarrow P \leq \tau_{adm}\times 1{,}5\times\pi\times d^2 = 69\,\frac{N}{mm^2}\times 1{,}5\times\pi\times(0{,}375\times 25{,}4\text{ mm})^2 = 29499{,}9\text{ N}$$

$$\therefore P \leq 29{,}4\text{ kN}$$

Resposta: A máxima carga P na conexão das placas deve ser menor que 29,4 kN.

5) O conjunto consiste de uma haste CB de aço A-36 (E_S=200 GPa) e de uma haste BA de alumínio 6061-T6 (E_A=68,9 GPa), cada uma com diâmetro de 30 mm. Se a haste está sujeita a uma carga axial P_1 = 80 kN em A e P_2 = 50 kN na conexão B, determinar o deslocamento de B, δ_B, e da extremidade A, δ_A. Considere os comprimento L_1=800 mm e L_2=400 mm. Desprezar o tamanho das conexões em B e C e supor que sejam rígidas.



Solução:

Dados:

$E_{alumínio} = E_1 = 68{,}9\text{ GPa} = 70000\text{ N/mm}^2$

$E_{aço} = E_2 = 200\text{ GPa} = 200000\text{ N/mm}^2$

$d = 30\text{ mm}$

$L_1 = 800\text{ mm}$

$L_2 = 400\text{ mm}$

$N_1 = P_1 = 80\text{ kN}$

$N_2 = P_1 - P_2 = 80 - 50 = 30\text{ kN}$

$$A_1 = A_2 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(30\text{ mm})^2}{4} = 706{,}8583\text{ mm}^2$$

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i L_i}{E_i A_i}$$

$$\Rightarrow \delta_B = \frac{N_2 L_2}{E_2 A_2} \Rightarrow \delta_B = 0{,}084883\text{ mm}$$

$$\Rightarrow \delta_A = \frac{N_1 L_1}{E_1 A_1} + \frac{N_2 L_2}{E_2 A_2} \Rightarrow \delta_A = 1{,}398982\text{ mm}$$

Resposta: Os deslocamentos em B e A são: **0,0849 mm** e **1,40 mm**, respectivamente.