Respostas:

→ N53

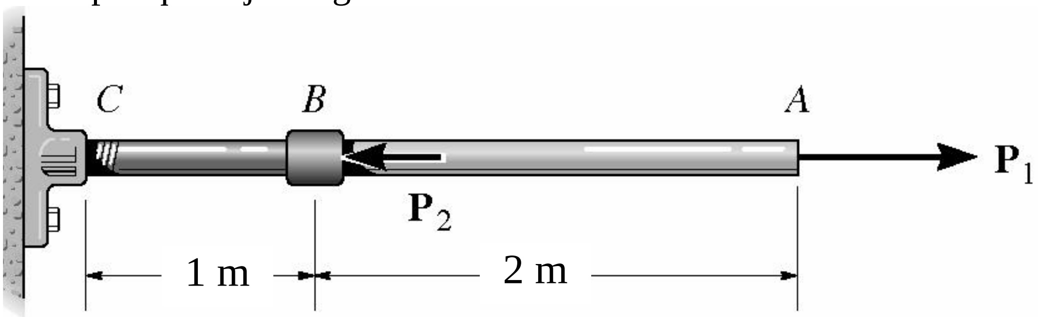
	Tipo 1	2 mm			Tipo 2	3 mm	
1)	d=	14,2	mm	1)	d=	11,6	mm
2)	σ_{alum}=	28,0	MPa	2)	σ_{alum}=	26,8	MPa
	$\sigma_{aço}$ =	81,2	MPa		$\sigma_{aço}$ =	77,9	MPa
3)	τ_{AC} =	66,3	MPa	3)	τ_{AC} =	50,3	MPa
	τ_{CB} =	-26,4	MPa		τ_{CB} =	-20,1	MPa
4)	ω=	1394	rpm	4)	ω=	1520	rpm
5)	T=	0,898	kN.m	5)	T=	0,829	kN.m
	d_{ext}=	46,5	mm		d_{ext}=	45,3	Mm

→ N51 / N52

	Tipo 1	2,2 mm			Tipo 2	1,8 mm			Tipo 3	1,4 mm	
1)	d=	13,5	mm	1)	d=	14,9	mm	1)	d=	16,9	mm
2)	σ_{alum}=	32,1	MPa	2)	σ_{alum}=	24,3	MPa	2)	σ_{alum}=	33,5	MPa
	$\sigma_{aço}$ =	93,1	MPa		$\sigma_{aço}$ =	70,5	MPa		$\sigma_{aço}$ =	97,2	MPa
3)	τ_{AC} =	66,3	MPa	3)	τ_{AC} =	89,8	MPa	3)	τ_{AC} =	66,3	MPa
	ϕ=	1,07	o		ϕ=	1,60	o		ϕ=	0,738	o
4)	ω=	1677	rpm	4)	ω=	1457	rpm	4)	ω=	1330	rpm
5)	T=	0,941	kN.m	5)	T=	0,877	kN.m	5)	T=	0,849	kN.m
	d_{ext}=	47,2	mm		d_{ext}=	46,1	mm		d_{ext}=	45,7	mm

Obs.: Para encontrar o tipo da sua prova, verifique a sua turma e o deslocamento da extremidade A da primeira questão!

1) O conjunto consiste de uma haste CB de aço A-36 (E=200 GPa) e de uma haste BA de alumínio 6061-T6 (E=68,9 GPa), cada uma com diâmetro **d**. Se a haste está sujeita a uma carga axial P_1 = 10 kN em A e P_2 = 5 kN na conexão B, encontrar o diâmetro **d** para que o deslocamento da extremidade A seja de **2 mm**. O comprimento de cada segmento sem alongamento é mostrado na figura. Desprezar o tamanho das conexões em B e C e supor que sejam rígidas.



Solução:

Dados:

$E_{aço} = 200$ GPa = 200000 N/mm^2

$E_{alumínio} = 68,9$ GPa = 70000 N/mm^2

d = ?

L_{AB} = 200 cm = 2000 mm

L_{BC} = 100 cm = 1000 mm

$N_{AB} = P_1$ = 10 kN = 10000 N

$N_{BC} = P_1 - P_2$ = 10 – 5 = 5 kN = 5000 N

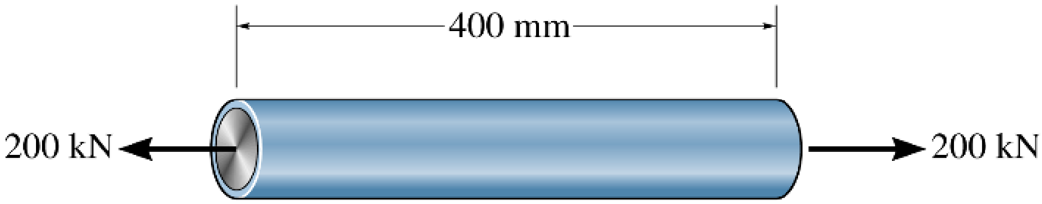
$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i L_i}{E_i A_i} \Rightarrow \delta_A = \frac{N_{AB} L_{AB}}{E_{alumínio} A} + \frac{N_{BC} L_{BC}}{E_{aço} A} \Rightarrow \delta_A = \frac{10000 \times 2000}{68900 \times \frac{\pi d^2}{4}} + \frac{5000 \times 1000}{200000 \times \frac{\pi d^2}{4}} = 2 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow d = 14,1654 \text{ mm}$$

Resposta: O diâmetro das barras deve ser de d=14,2 mm.

2) Um tubo de aço A-36 (E=200 GPa) tem um núcleo de alumínio 6061-T6 (E=68,9 GPa). Ele está submetido a uma força de tração de 200 kN. Determinar a tensão normal média no alumínio e no aço devido a esse carregamento. O tubo tem diâmetro externo de 82 mm e diâmetro interno de 74 mm.



Solução:

P= força na coluna = 200 kN

P_A= parte da força F no alumínio

P_S= parte da força F no aço

$$P = P_A + P_S$$

Compatibilidade de deslocamentos

$$\delta_A = \delta_S \Rightarrow \frac{P_A L}{E_A A_A} = \frac{P_s L}{E_S A_S} \Rightarrow \frac{P_A}{E_A A_A} = \frac{P_s}{E_S A_S} \Rightarrow \frac{P - P_s}{E_A A_A} = \frac{P_s}{E_S A_S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_s \frac{E_A A_A + E_S A_S}{E_S A_S E_A A_A} = \frac{P}{E_A A_A} \Rightarrow P_S \frac{E_A A_A + E_s A_s}{E_S A_S} = P \Rightarrow P_S \left(\frac{E_A A_A}{E_S A_S} + 1 \right) = P$$

$$\therefore P_S = \frac{P}{\dfrac{E_A A_A}{E_S A_S} + 1}$$

Como:

$$E_S = 200 \text{ kN/mm}^2 \quad \text{e} \quad E_A = 68{,}9 \text{ kN/mm}^2$$

$$A_S = \frac{\pi}{4}\left(82^2 - 74^2\right) = 980{,}177 \text{ mm}^2 \quad \text{e} \quad A_A = \frac{\pi}{4} 74^2 = 4300{,}84 \text{ mm}^2$$

Assim:

$$P_S = \frac{200}{\dfrac{68{,}9 \times 4300{,}84}{200 \times 980{,}177} + 1} = 79{,}6304 \text{ kN}$$

$$P_A = P - P_S = 200 - 79{,}6304 = 120{,}3696 \text{ kN}$$

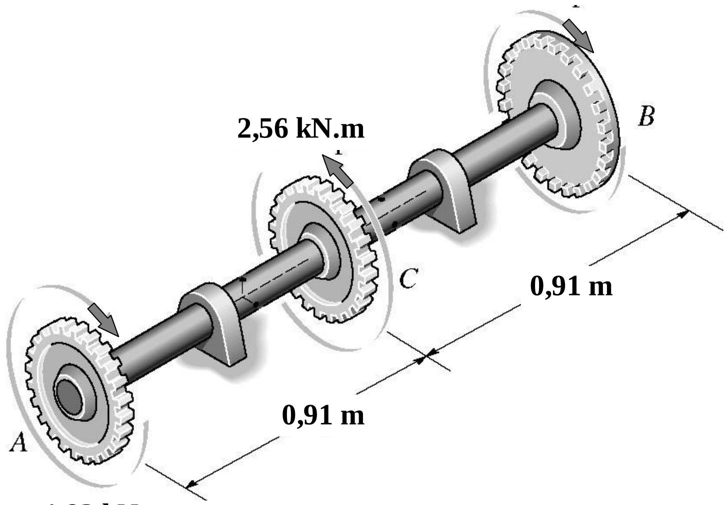
Então as tensões no aço e no alumínio são:

$$\sigma_S = \frac{P_S}{A_S} = \frac{79630{,}4 \text{ N}}{980{,}177 \text{ mm}^2} = 81{,}24083 \text{ MPa}$$

$$\sigma_A = \frac{P_A}{A_A} = \frac{120369{,}6 \text{ N}}{4300{,}84 \text{ mm}^2} = 27{,}98746 \text{ MPa}$$

Resposta: A tensão normal média no alumínio é **28,0 MPa** e a tensão normal média no aço é **81,2 MPa**.

3) O eixo maciço de 52 mm de diâmetro é usado para transmitir os torques aplicados às engrenagens. Determinar a tensão (em MPa) de cisalhamento desenvolvida nos trechos AC e CB do eixo. Calcule, também, o ângulo total de torção entre A e B se o material do eixo é aço (G=75 GPa).



Solução:

Para o trecho AC temos:

$$T = 1{,}83\ \text{kN.m} = 1{,}83 \times 10^6\ \text{N.mm}$$

$$d = 52\ \text{mm}$$

$$\tau_{AC} = \frac{Td}{2J} = \frac{Td}{2.\dfrac{\pi d^4}{32}} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times (1{,}83 \times 10^6)}{\pi \times 52^3} = 66{,}284\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Para o trecho CB temos:

$$T = -0{,}73\ \text{kN.m} = -0{,}73 \times 10^6\ \text{N.mm}$$

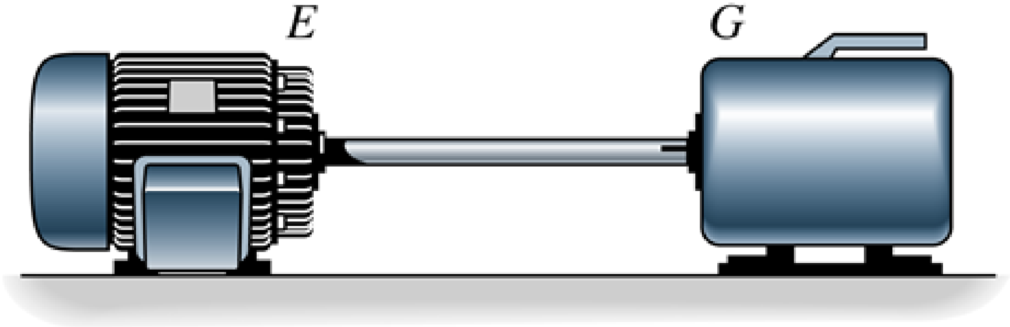
$$d = 52\ \text{mm}$$

$$\tau_{CB} = \frac{Td}{2J} = \frac{Td}{2.\dfrac{\pi d^4}{32}} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \times (-0{,}73 \times 10^6)}{\pi \times 52^3} = -26{,}441\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\phi_{AB} = \frac{T_1L_1}{GJ} + \frac{T_2L_2}{GJ} = \frac{1{,}83 \times 10^6 \times 910}{75000 \times \dfrac{\pi}{32} \times 52^4} + \frac{-0{,}73 \times 10^6 \times 910}{75000 \times \dfrac{\pi}{32} \times 52^4} = 0{,}01859\ \text{rad} = 1{,}065^o$$

Resposta: A tensão de cisalhamento máxima no trecho AC é de **τ_{AC}=66,3 MPa** e no trecho CB é de **τ_{CB}= –26,4 MPa.** O ângulo total de torção entre A e B é de **1,07º**.

4) O eixo de aço A-36 tem 2,2 m de comprimento e diâmetro externo de 38 mm. Requer que transmita 32 kW de potência do motor E para o gerador G. Determinar a menor velocidade angular que o eixo poderá atingir se a máxima torção admissível é de 1,8º. Adotar o módulo de elasticidade transversal igual a 75 GPa.



Solução:

$$\phi = \frac{\pi}{180}$$

$$G = 75000\ \text{MPa} = 75000\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$J = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi \times (38\ \text{mm})^4}{32}$$

$$L = 2{,}2\ \text{m} = 2200\ \text{mm}$$

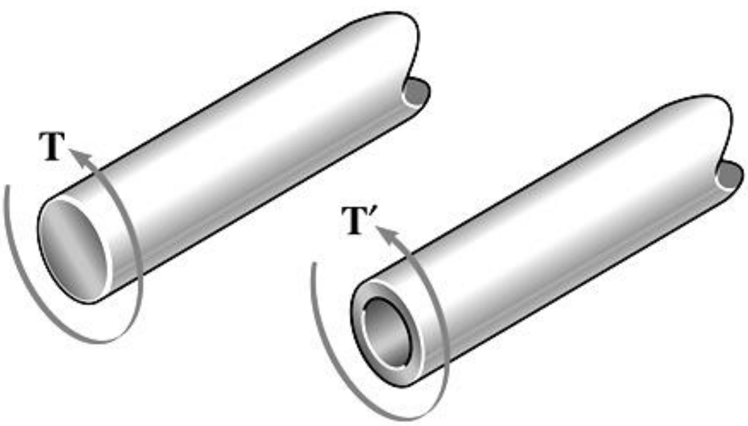
$$\phi = \frac{T\,L}{G\,J} \le \phi_{adm} \Rightarrow T \le \frac{\phi_{adm}\,G\,J}{L} = 219241\ \text{N mm}$$

$$P = 32\ \text{kW} = 32000000\ \text{N}$$

$$\omega \ge \frac{P}{T} = \frac{32000000}{219241} = 145{,}958\ \text{rad/s} = 1393{,}79\ \text{rpm}$$

Resposta: A menor velocidade angular é de 1394 rpm

5) Um eixo é feito de liga de aço com tensão de cisalhamento admissível de τ_{adm} = 82,7 MPa. Supondo que o diâmetro do eixo maciço seja de 38,1 mm, determinar o torque máximo **T** que pode ser transmitido. Qual seria o diâmetro externo necessário para um tubo da mesma liga de aço que tem diâmetro interno de 38,1 mm para um torque **T'=T?**



Solução:

$$\tau_{adm} = 82{,}7\ \frac{N}{mm^2}$$

$$d = 38{,}1\ mm$$

$$\tau_{adm} = \frac{T\ d}{2\ J} = \frac{Td}{2.\frac{\pi d^4}{32}} = \frac{16T}{\pi d^3}$$

$$T = \frac{\tau_{adm}\pi d^3}{16} = \frac{82{,}7\ \pi\ 38{,}1^3}{16} = 898070\ N.mm$$

Para o eixo tubular:

$$\tau_{adm} = 82{,}7\ \frac{N}{mm^2}$$

$$d_{int} = 38{,}1\ mm$$

$$\tau_{adm} = \frac{T\ d_{ext}}{2\ J} = \frac{Td_{ext}}{2.\frac{\pi\left(d_{ext}^4 - d_{int}^4\right)}{32}} = \frac{898070 \times d_{ext}}{2.\frac{\pi\left(d_{ext}^4 - 38{,}1^4\right)}{32}} = 82{,}7$$

$$d_{ext} = 46{,}5\ mm$$

Resposta: O torque máximo T que pode ser transmitido é de **0,898 kN.m**. O diâmetro externo necessário para o tubo é de **46,5 mm**.