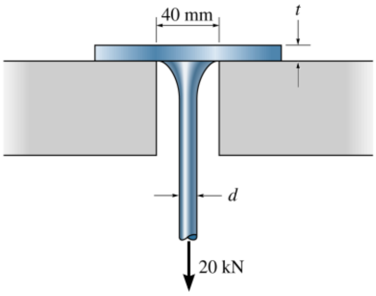
1- O tirante está apoiado em sua extremidade por um disco circular fixo como mostrado na figura abaixo. Se a haste passa por um furo de 40 mm de diâmetro, determinar o diâmetro mínimo requerido da haste e a espessura mínima do disco necessários para suportar uma carga de 20 kN. A tensão normal admissível da haste é $\sigma_{adm} = 54$ MPa, e a tensão de cisalhamento admissível do disco é $\tau_{adm} = 32$ MPa.



Solução:

Diâmetro da haste. Por verificação, a força axial na haste é 20 kN = 20000 N. Assim, a área da seção transversal da haste é:

$$\sigma = \frac{P}{A} \le \sigma_{adm} \Rightarrow \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4}} \le \sigma_{adm} \Rightarrow d \ge \sqrt{\frac{P}{\frac{\pi}{4}\sigma_{adm}}}$$

De modo que:

$$d \ge \sqrt{\frac{20000\ \text{N}}{\frac{\pi}{4} \times 54\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}} = 21{,}716\ \text{mm}$$

Espessura do disco. Como mostrado no diagrama de corpo livre da seção central do disco (figura acima, à direita), o material da área secionada deve resistir a uma tensão de cisalhamento para evitar a passagem do disco através do furo. Caso se suponha que a tensão de cisalhamento seja distribuída uniformemente sobre a área secionada, então, como V=20 kN, temos:

$$\tau = \frac{V}{A} \le \tau_{adm} \Rightarrow \frac{V}{\pi\, d\, t} \le \tau_{adm} \Rightarrow t \ge \frac{V}{\pi\, d\, \tau_{adm}}$$

De modo que:

$$t \ge \frac{20000\ \text{N}}{\pi \times 40\ \text{mm} \times 32\ \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} = 4{,}974\ \text{mm}$$

Resposta: O diâmetro **d** necessário é de 21,8 mm e a espessura **t** necessária é de 4,98 mm .

2- Um ensaio de tração foi executado em um corpo-de-prova com um diâmetro original de 12,5 mm e um comprimento nominal de 66 mm. Os resultados do ensaio até a ruptura estão listados na tabela ao lado. Faça o gráfico do diagrama tensão-deformação e determine aproximadamente o módulo de elasticidade, a tensão de escoamento, a tensão última, a tensão de ruptura, o módulo de resiliência e tenacidade.

Carga (kN)	δ (mm)
0	0
91,5	0,14
91,5	0,21
91,5	0,54
128,8	1,07
166,7	7,46
151,3	10,7

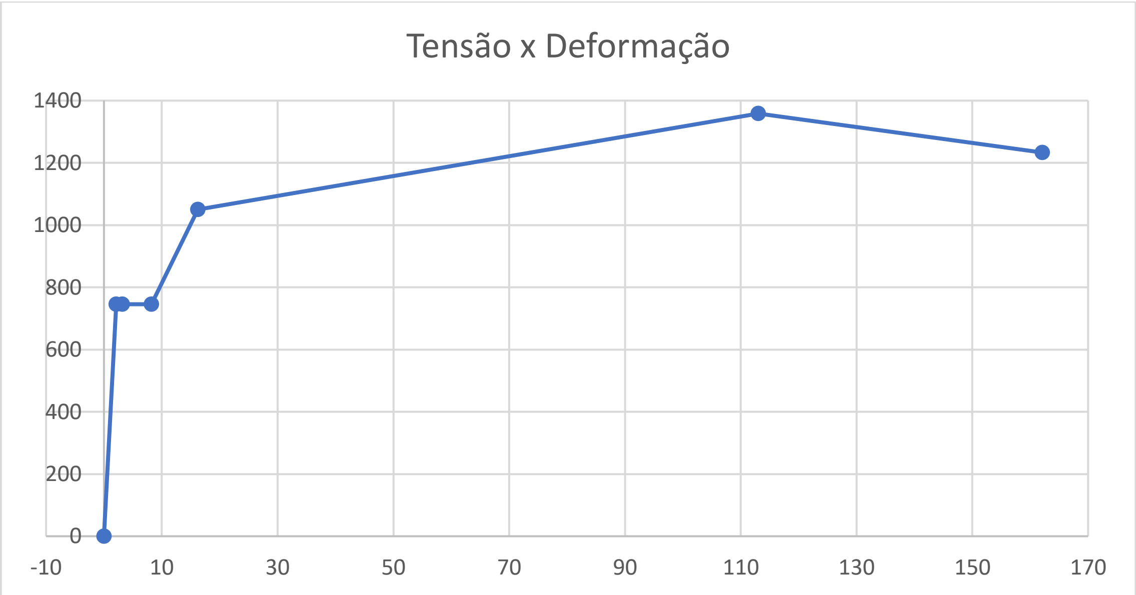
Solução:

$$A = \frac{\pi \times d^2}{4} = 122{,}7185\ \text{mm}^2$$

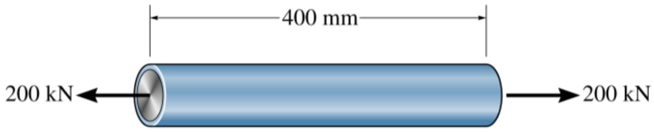
$$E = \frac{745{,}6}{0{,}00212} = 351501{,}4\ \text{MPa}$$

$$u_r = \frac{745{,}6 \times 0{,}00212}{2} = 0{,}7907975\ \text{MPa}$$

E=	352	GPa
u_r=	791	kPa
u_t=	193	MPa
σ_{esc}=	746	MPa
σ_{ult}=	1358	MPa
σ_{rup}=	1233	MPa



3- Um tubo de aço A-36 (E=200 GPa) tem um núcleo de alumínio 6061-T6 (E=68,9 GPa). Ele está submetido a uma força de tração de 200 kN. Determinar a tensão normal média no alumínio e no aço devido a esse carregamento. O tubo tem diâmetro externo de 70 mm e diâmetro interno de 62 mm.



Solução:

P= força na coluna = 200 kN

P_A= parte da força F no alumínio

P_S= parte da força F no aço

$$P = P_A + P_S$$

Compatibilidade de deslocamentos

$$\delta_A = \delta_S \Rightarrow \frac{P_A L}{E_A A_A} = \frac{P_s L}{E_S A_S} \Rightarrow \frac{P_A}{E_A A_A} = \frac{P_s}{E_S A_S} \Rightarrow \frac{P - P_s}{E_A A_A} = \frac{P_s}{E_S A_S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_s \frac{E_A A_A + E_S A_S}{E_S A_S E_A A_A} = \frac{P}{E_A A_A} \Rightarrow P_S \frac{E_A A_A + E_s A_s}{E_S A_S} = P \Rightarrow P_S\left(\frac{E_A A_A}{E_S A_S} + 1\right) = P$$

$$\therefore P_S = \frac{P}{\dfrac{E_A A_A}{E_S A_S} + 1}$$

Como:

$$E_S = 200\ \text{kN/mm}^2 \qquad \text{e} \qquad E_A = 68{,}9\ \text{kN/mm}^2$$

$$A_S = \frac{\pi}{4}\left(70^2 - 62^2\right) = 829{,}38\ \text{mm}^2 \qquad \text{e} \qquad A_A = \frac{\pi}{4} 62^2 = 3019{,}07\ \text{mm}^2$$

Assim:

$$P_S = \frac{200}{\dfrac{68{,}9 \times 3019{,}07}{200 \times 829{,}38} + 1} = 88{,}7299\ \text{kN}$$

$$P_A = P - P_S = 200 - 88{,}7299 = 111{,}2701\ \text{kN}$$

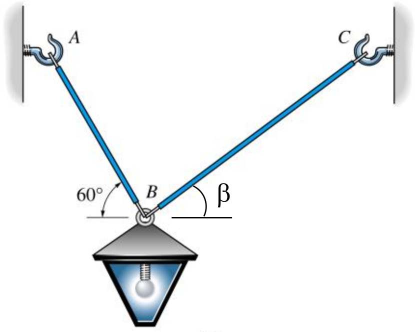
Então as tensões no aço e no alumínio são:

$$\sigma_S = \frac{P_S}{A_S} = \frac{88729{,}9\ \text{N}}{829{,}38\ \text{mm}^2} = 106{,}98\ \text{MPa}$$

$$\sigma_A = \frac{P_A}{A_A} = \frac{111270{,}1\ \text{N}}{3019{,}07\ \text{mm}^2} = 36{,}856\ \text{MPa}$$

Resposta: A tensão normal média no alumínio é **36,9 MPa** e a tensão normal média no aço é **107 MPa**.

4- Os dois cabos suportam uma luminária de 1,2 kN. Determinar seus diâmetros requeridos se o esforço de tração admissível para o material for σ_{adm} = 12 MPa. O cabo BC está inclinado de 32º com a horizontal.



(a)

Solução:

Carga interna. Devemos determinar primeiro a força axial em cada haste. O diagrama de corpo livre da luminária é mostrado na figura acima (à direita). Aplicando as equações de equilíbrio das forças no ponto B, obtemos (lembrando que F = 1 kN = 1000 N):

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -F_{BA} \times \cos(\theta) + F_{BC} \times \cos(\beta) = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{BC} = F_{BA}\frac{\cos(\theta)}{\cos(\beta)}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{BA} \times \text{sen}(\theta) + F_{BC} \times \text{sen}(\beta) - F = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{BA} = \frac{F}{\text{sen}(\theta) + \cos(\theta) \times \text{tg}(\beta)}$$

F_{BA} = 1018,278 N
F_{BC} = 600,3657 N

Diâmetros necessários. Esses esforços normais submetem a haste à tração em todo seu comprimento.

$$\sigma_{atuante} \le \sigma_{adm} \Rightarrow$$

$$\frac{P}{A} \le \sigma_{adm} \Rightarrow A \ge \frac{P}{\sigma_{adm}} \Rightarrow \frac{\pi d^2}{4} \ge \frac{P}{\sigma_{adm}} \Rightarrow d \ge \sqrt{\frac{4P}{\pi \sigma_{adm}}}$$

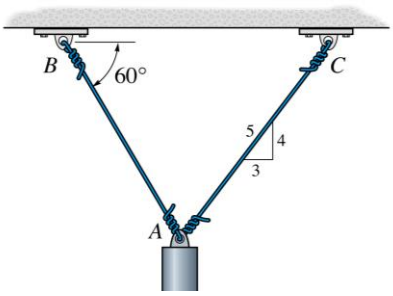
$$\Rightarrow d_{BA} \ge \sqrt{\frac{4\ F_{BA}}{\pi\ \sigma_{adm}}}$$

$$\Rightarrow d_{BC} \ge \sqrt{\frac{4\ F_{BC}}{\pi\ \sigma_{adm}}}$$

$d_{BA} \ge$ 10,39436 mm
$d_{BC} \ge$ 7,981277 mm

Resposta: Os diâmetros requeridos para os cabos BA e BC são 10,4 mm e 7,99 mm, respectivamente.

5- Os arames de aço AB e AC suportam a massa de 200 kg. Supondo que a tensão normal admissível para eles seja σ_{adm} = 130 MPa, determinar o diâmetro requerido para cada arame. Além disso, qual será o novo comprimento do arame AB depois que a carga for aplicada? Supor o comprimento sem deformação de AB como sendo 750 mm.
$E_{aço}$ = 200 GPa.



Solução:
Equilíbrio de ponto material (A):

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \quad -F_{AB} \times \cos(60^o) + F_{AC} \times \cos(\alpha) = 0 \quad \Rightarrow F_{AC} = \frac{F_{AB} \times \cos(60^o)}{\cos(\alpha)}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \quad F_{AB} \times \mathrm{sen}(60^o) + F_{AC} \times \mathrm{sen}(\alpha) - F = 0 \quad \Rightarrow F_{AB} = \frac{F}{\mathrm{sen}(60^o) + \dfrac{\cos(60^o)}{\cos(\alpha)} \mathrm{sen}(\alpha)}$$

$$\mathrm{tg}(\alpha) = 4/3$$

Onde α é o ângulo de inclinação do arame AC com a horizontal.
A força F = 200 × 9,80665 = 1961,33 N.

Resolvendo:

$$F_{AB} = 1279{,}66 \text{ N}$$

$$F_{AC} = 1066{,}39 \text{ N}$$

Assim, os diâmetros serão:

$$\frac{\pi d_{AB}^2}{4} = \frac{F_{AB}}{\sigma_{adm}} = \frac{1279{,}66}{130} \Rightarrow d_{AB} = 3{,}54 \text{ mm}$$

$$\frac{\pi d_{AC}^2}{4} = \frac{F_{AC}}{\sigma_{adm}} = \frac{1066{,}39}{130} \Rightarrow d_{AC} = 3{,}23 \text{ mm}$$

O alongamento do arame AB será:

$$\delta = \frac{F_{AB} L_{AB}}{E \dfrac{\pi d_{AB}^2}{4}} = \frac{1279{,}66 \times 750}{200000 \times \dfrac{\pi \times 3{,}54^2}{4}} = 0{,}488 \text{ mm}$$

Resposta: Os diâmetros requeridos para os arames AB e AC são **3,54 mm** e **3,23 mm**, respectivamente. O novo comprimento do arame AB será de **750,488** mm.