Diagramas de forças cortantes e momentos fletores

Nas vigas, força cortante e momento fletor normalmente variam de acordo com a distância, *x*, da posição da seção transversal em que ocorrem. Quando se projeta uma viga, é desejável que se conheçam os valores de *V* e *M* em todas as seções transversais e um modo adequado de obter essa informação é por meio de um gráfico que mostre a variação desses valores ao longo do eixo da viga. Para traçar esse gráfico, toma-se a posição da seção transversal como abscissa e os valores correspondentes da força cortante e do momento fletor como ordenadas. Tais gráficos são chamados *diagramas de forças cortantes e de momentos fletores.*

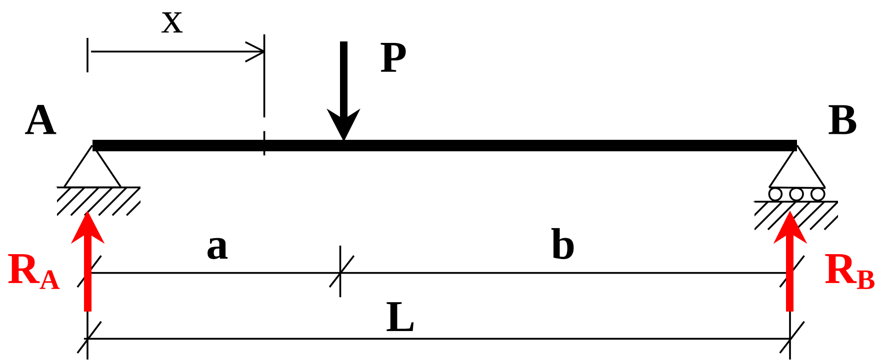

Figura 1

Como ilustração, considere-se uma viga simplesmente apoiada, **AB**, com uma carga concentrada **P** (acima). As reações dos apoios são:

$$R_A = \frac{Pb}{L}; \qquad R_B = \frac{Pa}{L}$$

Em qualquer seção transversal à esquerda de P, isto é, em qualquer seção em que 0<x<a, pode-se concluir, do equilíbrio, que:

$$V = \frac{Pb}{L}; \qquad M = \frac{Pb}{L}x \qquad \text{(a)}$$

Estas expressões mostram que a força cortante permanece constante do apoio A até o ponto de aplicação da carga, enquanto o momento fletor é função linear de *x*. Para *x* = 0, o momento é nulo; para *x*=*a*, é igual a Pab/L. Os diagramas correspondentes a essa parte, para a força cortante e para o momento fletor, encontram-se nas Figs. **a** e **b**, respectivamente.

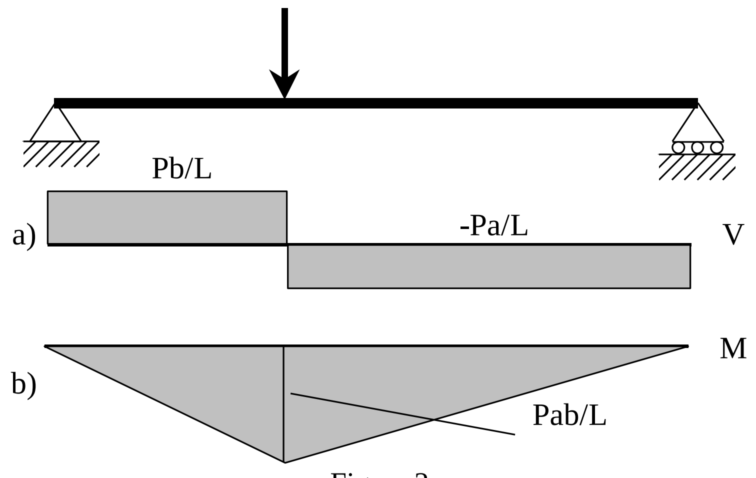

Figura 2

Para uma seção transversal à direita de P, isto é, para a<x<L, vem

$$V = \frac{Pb}{L} - P = -\frac{Pa}{L} \qquad \text{(b)}$$

$$M = \frac{Pb}{L}x - P(x-a) = Pa\left(1 - \frac{x}{L}\right). \qquad \text{(c)}$$

Verifica-se novamente que a força cortante é constante e que o momento fletor é função linear de *x*. Quando *x* = *a*, o momento fletor é Pab/L e quando *x* = *L* é nulo.

A Figs. 2a e b mostram os diagramas completos para a força cortante e momento fletor. Nota-se que a declividade dM/dx do diagrama de momentos fletores é igual a *V* e que a declividade dV/dx do diagrama de forças cortantes é -q (isto é, igual a zero). No ponto de aplicação de carga P, há uma variação brusca no diagrama de forças cortantes (igual a P) e uma variação correspondente no dos momentos fletores.

Ao estabelecer as expressões *b e c*, de forças cortantes e de momentos fletores, considerou-se o equilíbrio da parte esquerda da viga, onde atuam duas forças, R_a e P. Teria sido mais simples, neste exemplo, considerar a parte da direita, onde age apenas a reação R_B (igual a Pa/L). Obter-se-iam, diretamente, as equações:

$$V = -P\frac{a}{L} \qquad\qquad M = P\frac{a}{L}(L-x)$$

iguais às Eqs. (b) e (c), vistas anteriormente.

Nas aplicações práticas, é importante achar as seções transversais em que o momento fletor tem seus valores máximo e mínimo. No caso de cargas concentradas, como no exemplo precedente, o momento fletor máximo ocorrerá sempre num ponto de aplicação de carga. Sabe-se que a declividade do diagrama de momentos fletores, em qualquer ponto, é igual à força cortante. Assim, o momento fletor tem valores máximo ou mínimo nas seções transversais em que a força cortante muda de sinal. Se, percorrendo o eixo *x*, a força cortante passar de positiva a negativa, a inclinação no diagrama de momentos fletores passará também de positiva a negativa e teremos, portanto, o momento fletor máximo nessa seção transversal. Inversamente, a passagem da força cortante de um valor negativo a outro positivo indica um momento fletor mínimo. No caso geral, o diagrama de forças cortantes pode interceptar o eixo horizontal em vários pontos. A cada um deles corresponde um máximo ou um mínimo no diagrama de momentos fletores. Os valores de todos esses máximos e mínimos devem ser investigados, para que se possa achar o momento fletor numericamente maior.

Considere-se, agora, o caso de uma viga simplesmente apoiada, com uma carga uniformemente distribuída (fig. 3 abaixo). As reações R_A e R_B são iguais a qL/2. Numa seção transversal, à distância *x* da extremidade esquerda A,

$$V = q\frac{L}{2} - qx \qquad\qquad M = q\frac{L}{2}x - q\frac{x^2}{2} \qquad\qquad \text{(j)}$$

Da primeira dessas equações, vê-se que o diagrama de forças cortantes consiste numa linha reta inclinada que tem nos pontos *x* = 0 e *x* = L as ordenadas qL/2 e - qL/2, respectivamente. O diagrama de momentos fletores é uma parábola, simétrica em relação ao meio da viga. Os momentos fletores nas extremidades são nulos e o valor máximo ocorre no meio do vão, onde o diagrama de forças cortantes muda de sinal. Esse máximo é calculado fazendo *x* = L/2 na expressão (j), o que dá $M_{máx} = qL^2/8$.

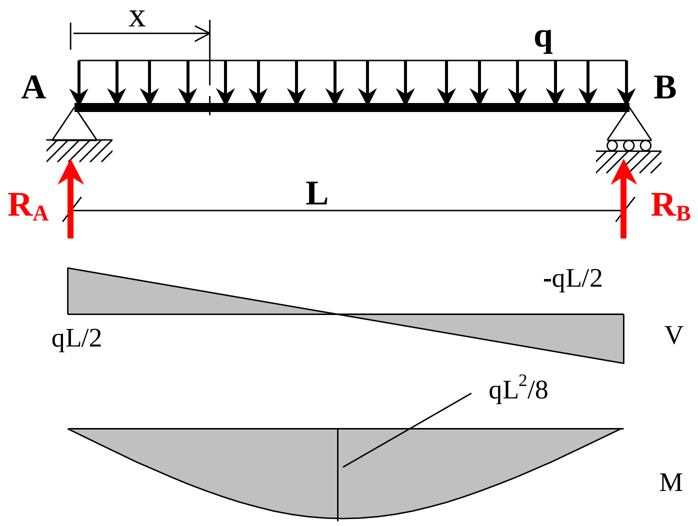

Figura 3