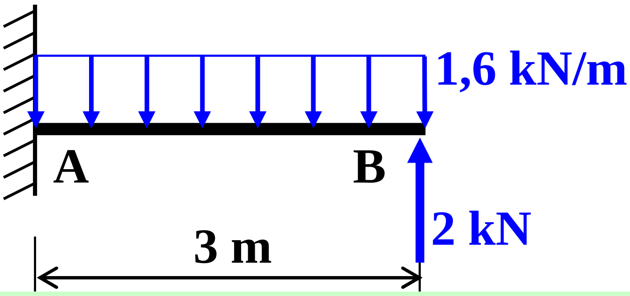
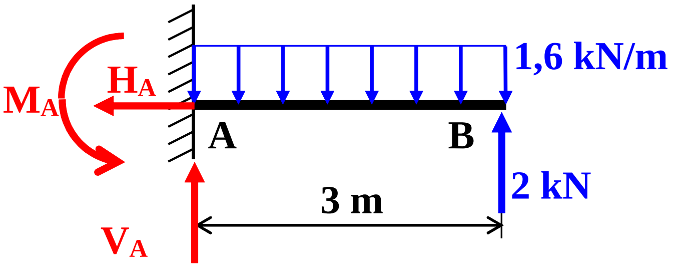
Diagrama de esforços em viga isostática – Exemplo 3

Trace os diagramas de esforços solicitantes (cortante e momento fletor) da viga engastada vista na figura abaixo.



Solução:



→ Reações de apoio

- Utilizando as equações de equilíbrio, primeiro equilíbrio de forças em x:

$$\sum F_x = 0 \quad \therefore \quad H_A = 0$$

- no equilíbrio de forças em y temos:

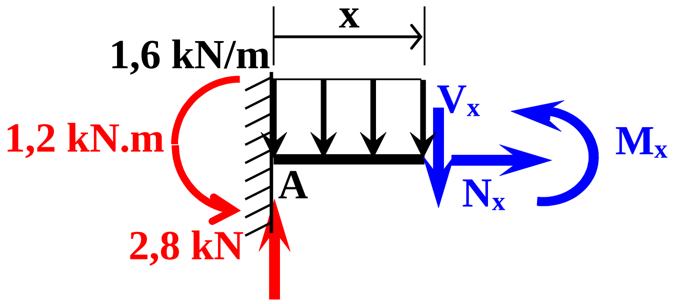
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + 2 - (1{,}6 \times 3) = 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = 2{,}8 \text{ kN}$$

- e por último, tomando um eixo z que passa pelo ponto B temos:

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow V_A \times 3 - (1{,}6 \times 3) \times \frac{3}{2} - M_A = 0 \quad \Rightarrow \quad M_A = 1{,}2 \text{ kN.m}$$

→ Equações de esforços cortantes e de momentos fletores

• Trecho AB (origem do eixo x no ponto A)



$0 \leq x \leq 3$ m

$$\sum F_x = 0$$
$$\therefore N_x = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2{,}8 - (1{,}6x) - V_x = 0$$
$$\therefore V_x = 2{,}8 - 1{,}6x$$

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow 2{,}8x - (1{,}6x)\frac{x}{2} - 1{,}2 - M_x = 0$$
$$\therefore M_x = 2{,}8x - 0{,}8x^2 - 1{,}2$$

Note que:

a) a equação de esforços cortantes é uma função linear, ou seja, uma reta;
b) a equação de momentos fletores é uma função quadrática, ou seja, uma parábola de grau 2;
c) a função de esforço cortante é a derivada da função de momento fletor;

$$V_x = \frac{\partial M_x}{\partial x}$$

d) no diagrama de momento fletor, os momentos fletores positivos são desenhados para baixo e os negativos para cima. Os valores de momentos fletores são indicados sem sinal (positivo ou negativo).

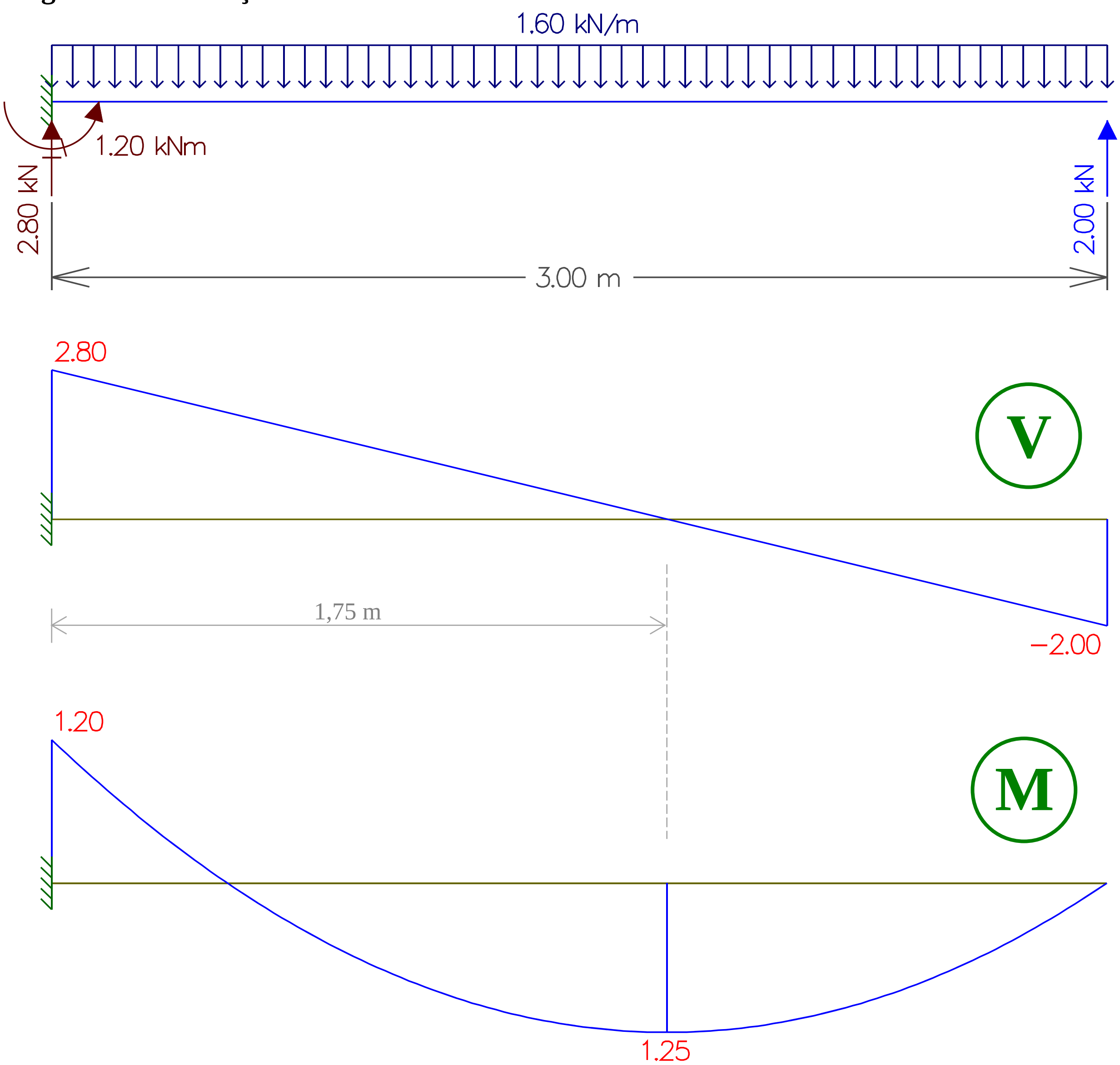
Onde a parábola do momento fletor atinge o seu extremo valor?

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} = 0$$

Ou seja:

$$V_x = 0 \Rightarrow 2{,}8 - 1{,}6x = 0 \Rightarrow x = 1{,}75 \text{ m}$$
$$M_x(1{,}75) = 2{,}8 \times (1{,}75) - 0{,}8 \times (1{,}75)^2 - 1{,}2$$
$$M_{max} = M_x(1{,}75) = 1{,}25 \text{ kN.m}$$

→ Diagramas de esforços solicitantes:



Pelo menos dois pontos são necessários para traçar a reta que representa os esforços cortantes em AB:

→Para $0 \leq x \leq 3$ m:

$x = 0{,}00 \quad \Rightarrow V_x(0{,}00) = 2{,}8 - 1{,}6 \times 0{,}00 \quad \Rightarrow V_x(0{,}00) = +2{,}80\ \text{kN.m}$

$x = 3{,}00 \quad \Rightarrow V_x(3{,}00) = 2{,}8 - 1{,}6 \times 3{,}00 \quad \Rightarrow V_x(3{,}00) = \ 0{,}00\ \text{kN.m}$

Pelo menos três pontos são necessários para traçar a parábola dos momentos fletores em AB:

→Para $0 \leq x \leq 3$ m:

$x = 0{,}00 \quad \Rightarrow M_x(0{,}00) = 2{,}8 \times (0{,}00) - 0{,}8 \times (0{,}00)^2 - 1{,}2 \quad \Rightarrow M_x(0{,}00) = -1{,}20\ \text{kN.m}$

$x = 1{,}75 \quad \Rightarrow M_x(1{,}75) = 2{,}8 \times (1{,}75) - 0{,}8 \times (1{,}75)^2 - 1{,}2 \quad \Rightarrow M_x(1{,}75) = +1{,}25\ \text{kN.m}$

$x = 3{,}00 \quad \Rightarrow M_x(3{,}00) = 2{,}8 \times (3{,}00) - 0{,}8 \times (3{,}00)^2 - 1{,}2 \quad \Rightarrow M_x(3{,}00) = \ 0{,}00\ \text{kN.m}$