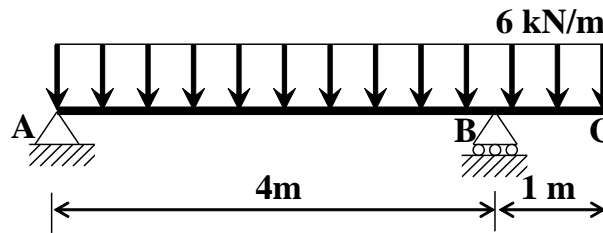
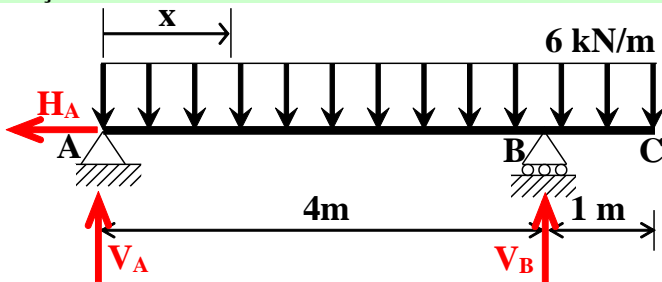


## Diagrama de esforços em viga isostática – Exemplo 2

Trace os diagramas de esforços solicitantes (cortante e momento fletor) da viga biapoiada vista na figura abaixo.



**Solução:**



→ **Reações de apoio:**

- Utilizando as equações de equilíbrio, primeiro equilíbrio de forças em x:

$$\sum F_x = 0 \quad \therefore H_A = 0$$

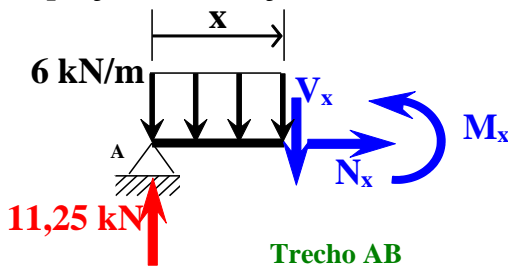
- tomando um eixo z que passa pelo ponto A temos:

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow V_B \times 4 - (6 \times 5) \times 2,5 = 0 \quad \Rightarrow V_B = 18,75 \text{ kN}$$

- e por último, equilíbrio de forças em y temos:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - (6 \times 5) = 0 \quad \Rightarrow V_A = 11,25 \text{ kN}$$

→ **Equações de esforços cortantes e de momentos fletores para cada um dos trechos.**



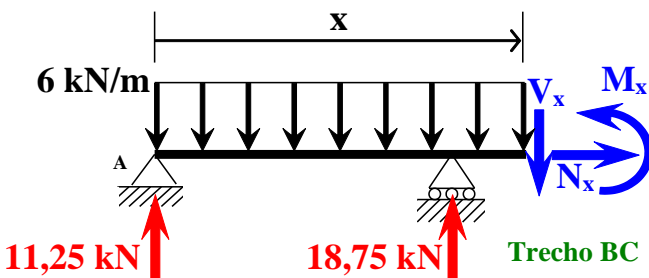
$$0 \leq x \leq 4 \text{ m}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 11,25 - (6x) - V_x = 0$$

$$\therefore V_x = 11,25 - 6x$$

$$\sum M_z = 0 \Rightarrow 11,25x - (6x) \frac{x}{2} - M_x = 0$$

$$\therefore M_x = 11,25x - 3x^2$$



$$4 \leq x \leq 5 \text{ m}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 11,25 - (6x) - V_x + 18,75 = 0$$

$$\therefore V_x = 30 - 6x$$

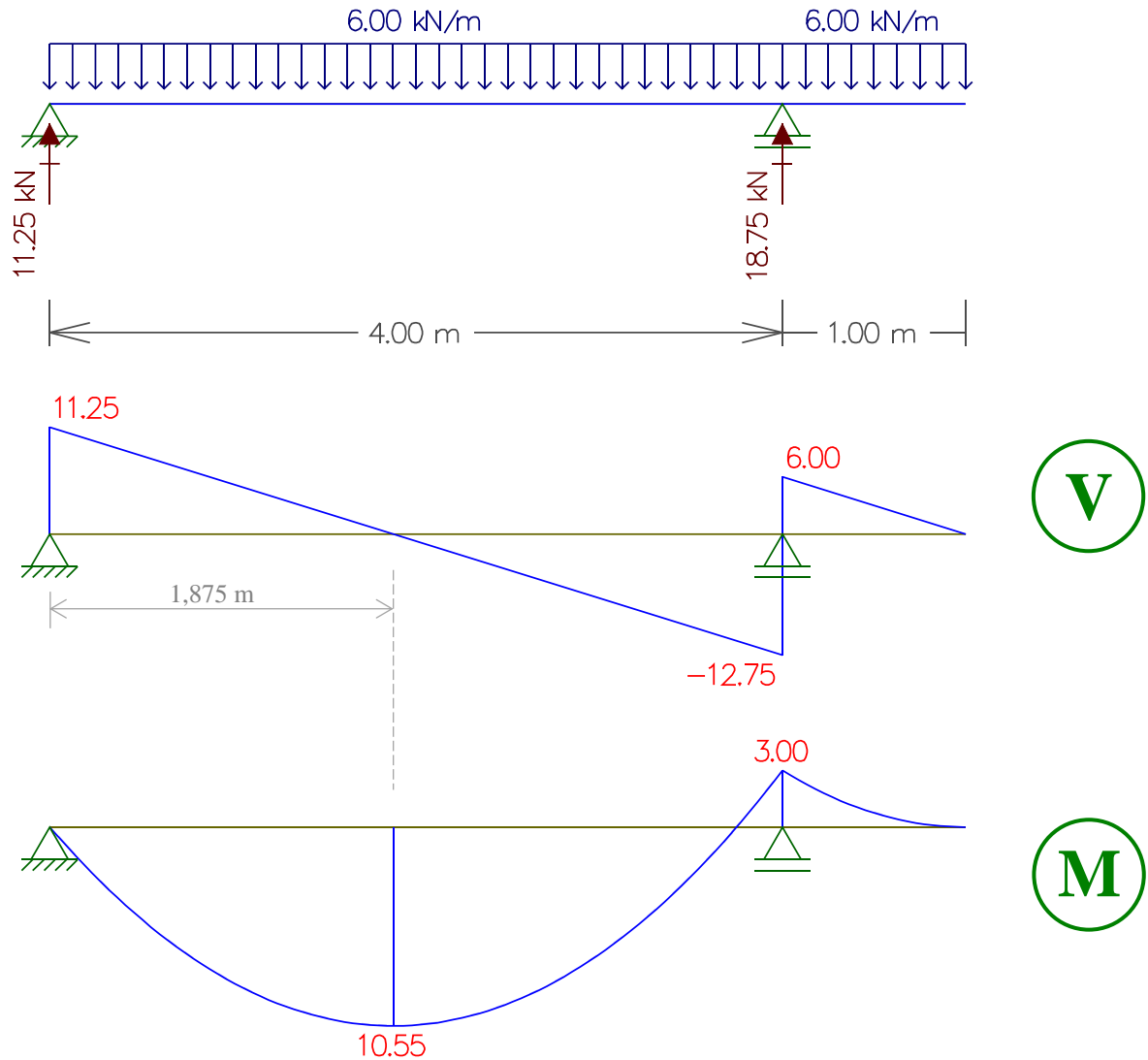
$$\sum M_z = 0 \Rightarrow 11,25x - (6x) \frac{x}{2} - M_x + 18,75(x - 4) = 0$$

$$\therefore M_x = 30x - 3x^2 - 75$$

Note que:

- as equações de esforços cortantes são funções lineares, ou seja, retas;
- as equações de momentos fletores são funções quadráticas, ou seja, parábolas de grau 2;
- a função de esforço cortante é a derivada da função de momento fletor;
- nos diagramas de momentos fletores, os momentos fletores positivos são desenhados para baixo e os negativos para cima. Os valores de momentos fletores são indicados sem sinal (positivo ou negativo).

## → Diagramas de esforços solicitantes:



Onde a parábola do momento fletor atinge o seu extremo valor?

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} = 0$$

Ou seja:

$$V_x = 0 \Rightarrow 11,25 - 6x = 0 \Rightarrow x = 1,875 \text{ m}$$

Sugestões de valores de x para encontrar a parábola em cada trecho:

→ Para  $0 \leq x \leq 4 \text{ m}$ :

$$\begin{aligned} x = 0 &\Rightarrow M_x(0,000) = 11,25(0,000) - 3(0,000)^2 &\Rightarrow M_x(0) = 0 \text{ kN.m} \\ x = 1,875 &\Rightarrow M_x(1,875) = 11,25(1,875) - 3(1,875)^2 &\Rightarrow M_x(1,875) = 10,55 \text{ kN.m} \\ x = 4 &\Rightarrow M_x(4,000) = 11,25(4,000) - 3(4,000)^2 &\Rightarrow M_x(4) = -3 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

→ Para  $4 \leq x \leq 5 \text{ m}$ :

$$\begin{aligned} x = 4,0 &\Rightarrow M_x(4,0) = 30(4,0) - 3(4,0)^2 - 75 &\Rightarrow M_x(4,0) = -3 \text{ kN.m} \\ x = 4,5 &\Rightarrow M_x(4,5) = 30(4,5) - 3(4,5)^2 - 75 &\Rightarrow M_x(4,5) = -0,75 \text{ kN.m} \\ x = 5,0 &\Rightarrow M_x(5,0) = 30(5,0) - 3(5,0)^2 - 75 &\Rightarrow M_x(5,0) = 0 \text{ kN.m} \end{aligned}$$