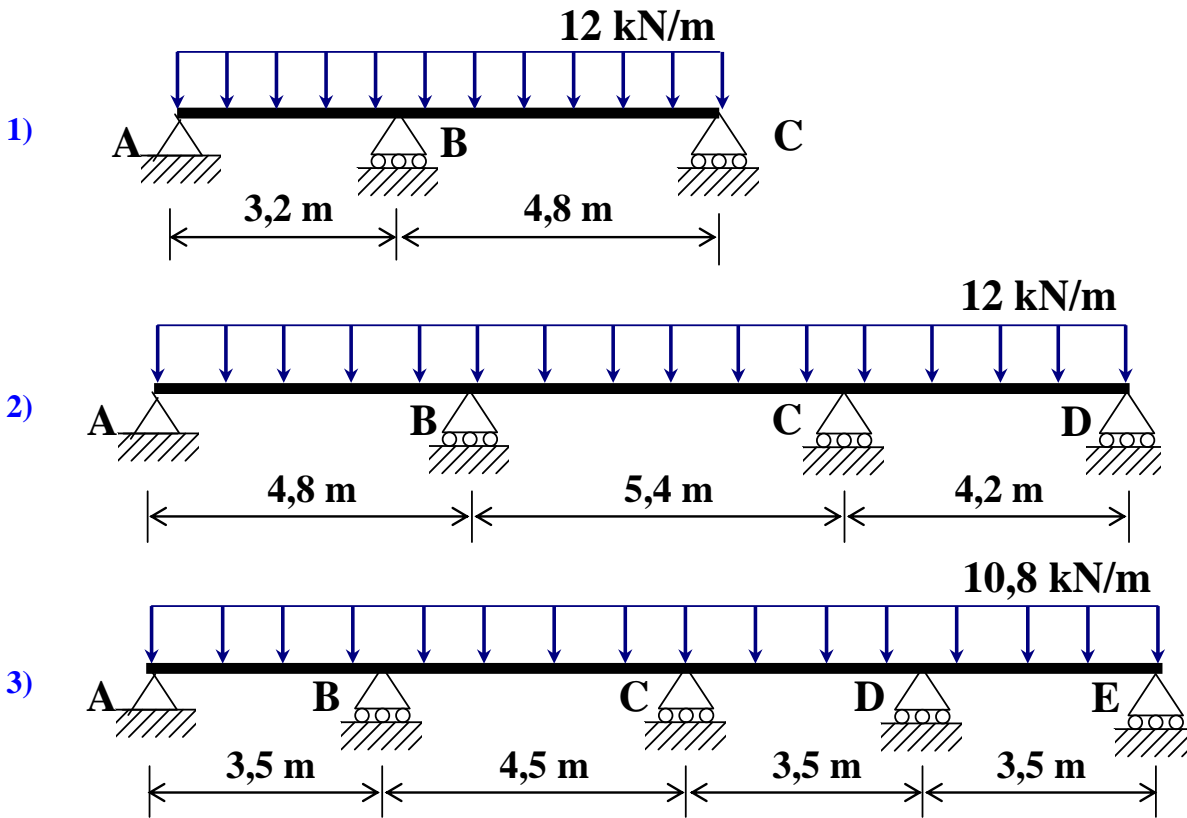
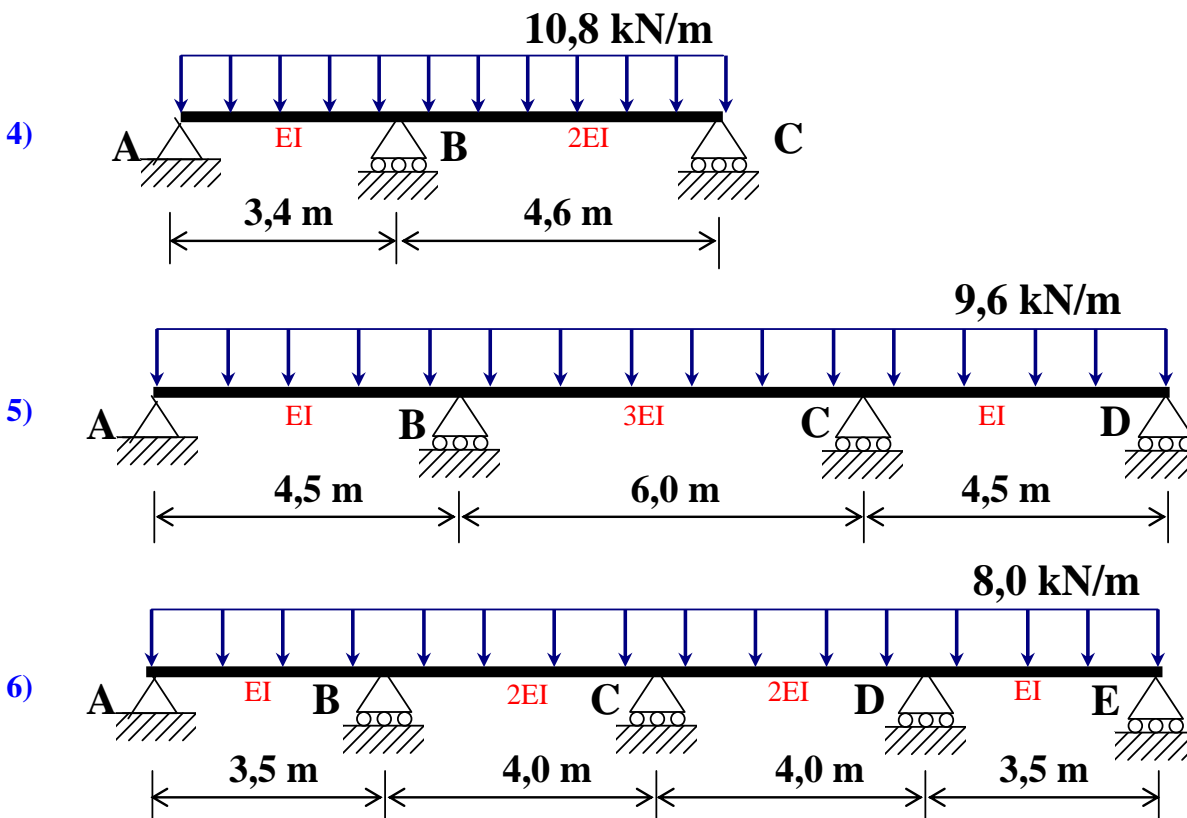


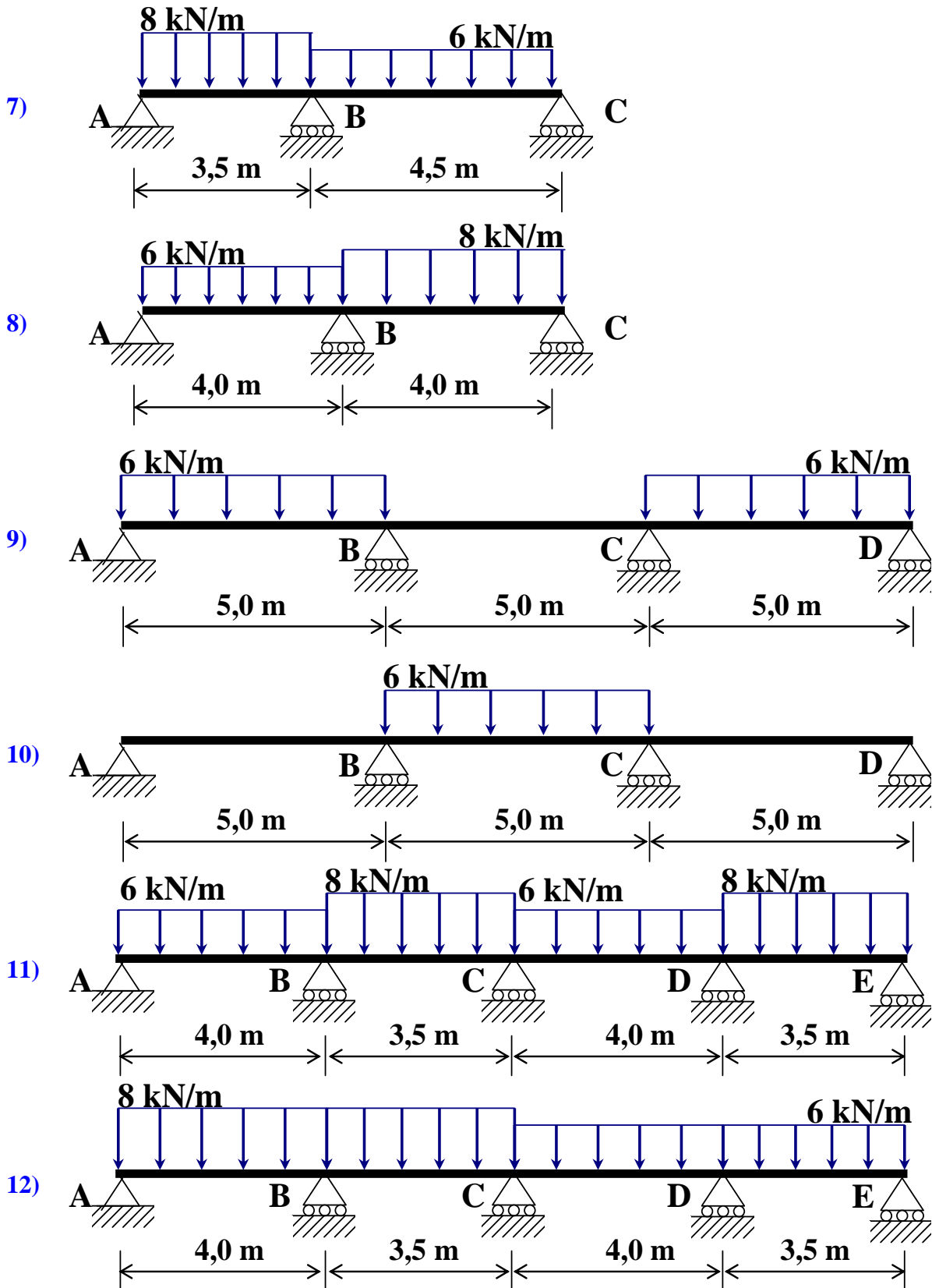
Utilize o **Método dos deslocamentos** para encontrar as reações de apoio das vigas abaixo. Considere todos os trechos com a mesma inércia EI . Trace, também, os diagramas de esforços solicitantes.



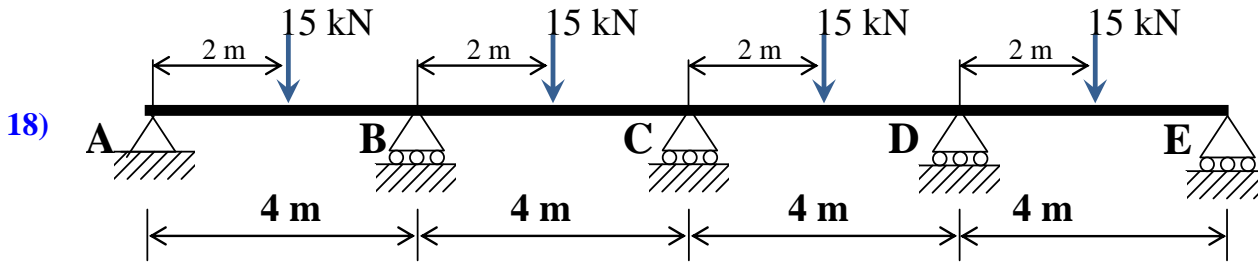
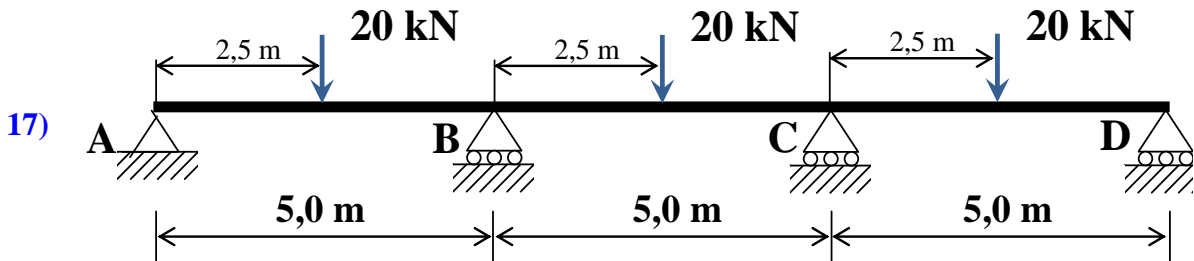
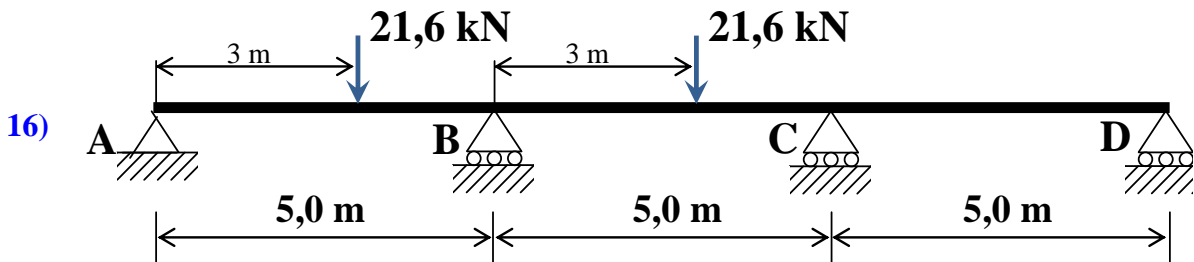
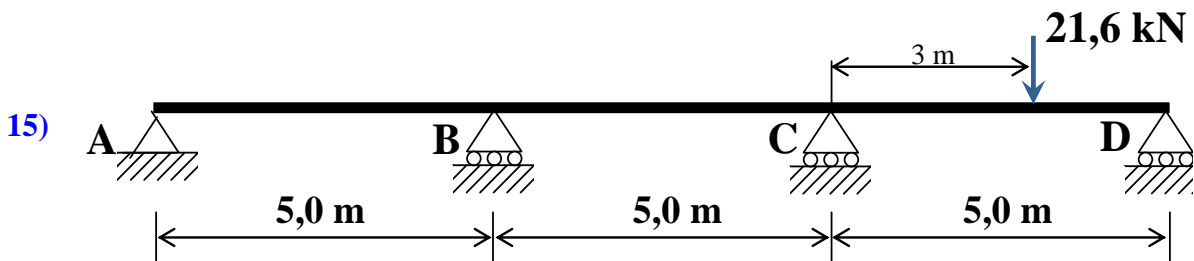
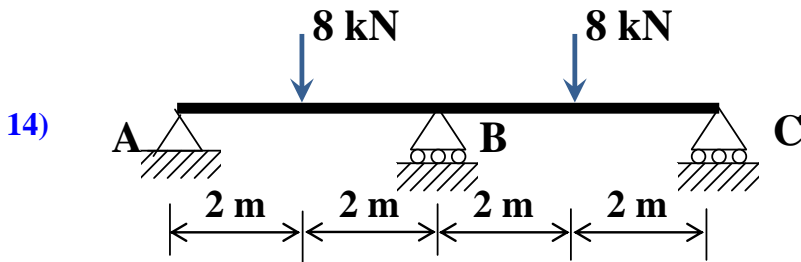
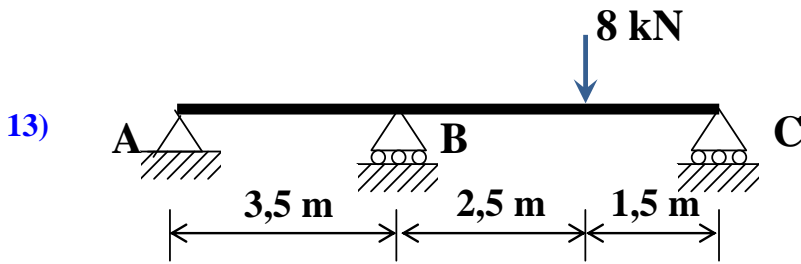
Utilize o **Método dos deslocamentos** para encontrar as reações de apoio das vigas abaixo. Os trechos têm inércias, EI , distintas. Trace, também, os diagramas de esforços solicitantes.



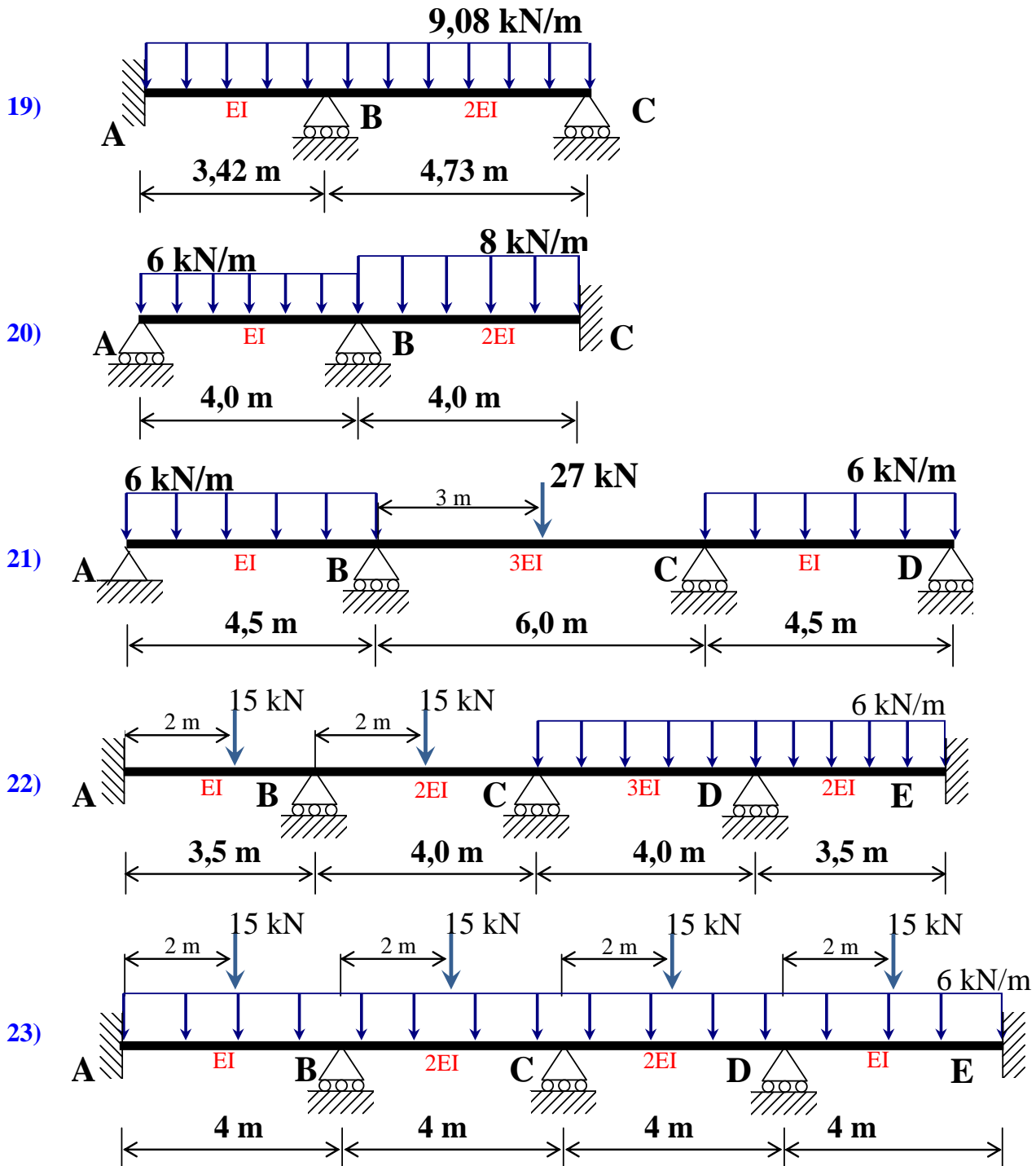
Utilize o **Método dos deslocamentos** para encontrar as reações de apoio das vigas abaixo. Considere todos os trechos com a mesma inércia EI . Trace, também, os diagramas de esforços solicitantes.



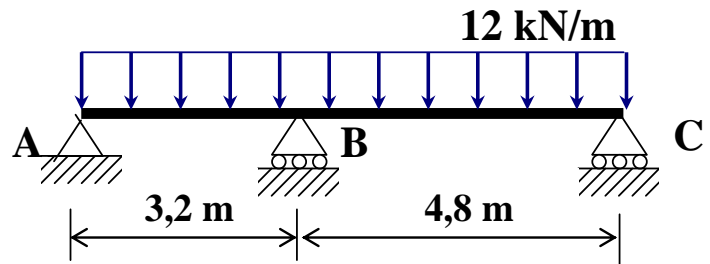
Utilize o **Método dos deslocamentos** para encontrar as reações de apoio das vigas abaixo. Considere todos os trechos com a mesma inércia EI . Trace, também, os diagramas de esforços solicitantes.



Utilize o **Método dos deslocamentos** para encontrar as reações de apoio das vigas abaixo, com forças concentradas e distribuídas. Os trechos têm inércias, EI , distintas e apoios de primeiro, segundo e terceiro gêneros. Trace, também, os diagramas de esforços solicitantes.

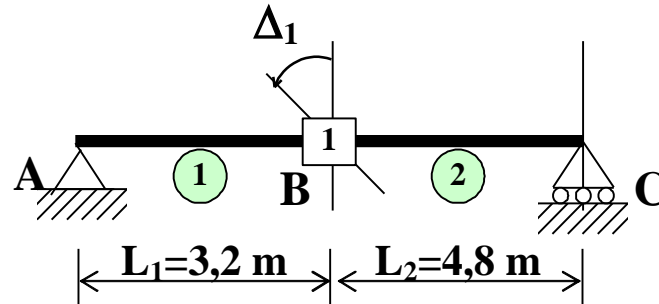


1) Utilize o Método dos deslocamentos para encontrar as reações de apoio da viga vista ao lado. Considere todos os trechos com a mesma inércia EI . Trace, também, os diagramas de esforços solicitantes.



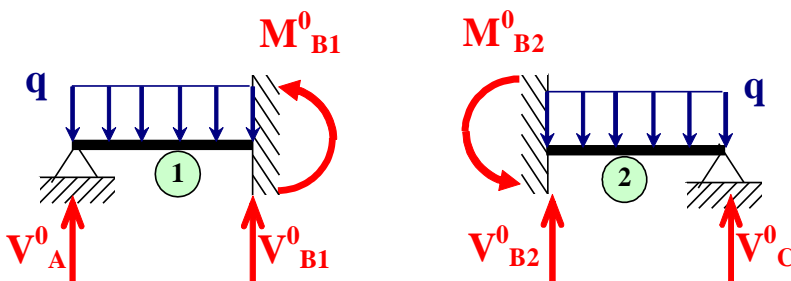
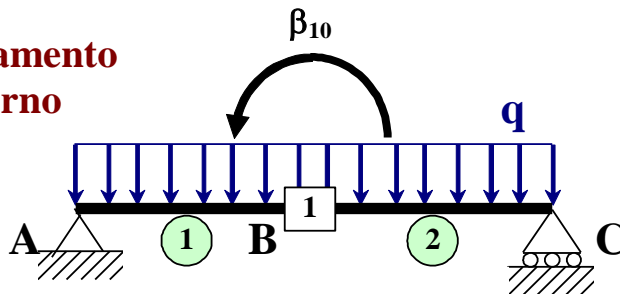
Solução:

1- Sistema Principal



2- Efeitos no sistema principal

Carregamento Externo



Barra 1:

$$M^0_{B1} = -\frac{qL_1^2}{8} = -15,36$$

$$V^0_A = \frac{3qL_1}{8} = 14,4$$

$$V^0_{B1} = \frac{5qL_1}{8} = 24,0$$

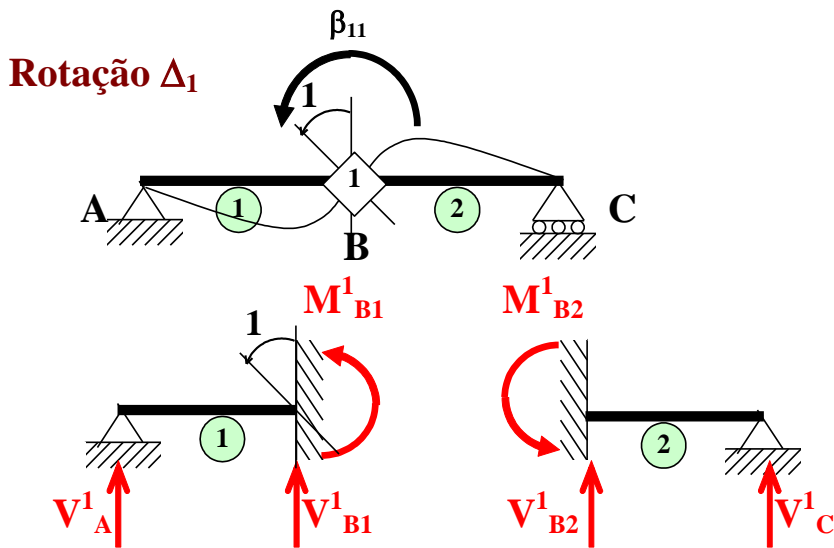
Barra 2:

$$M^0_{B2} = \frac{qL_2^2}{8} = 34,56$$

$$V^0_{B2} = \frac{5qL_2}{8} = 36,0$$

$$V^0_C = \frac{3qL_2}{8} = 21,6$$

Temos então: $\beta_{10} = M^0_{B1} + M^0_{B2} = -15,36 + 34,56 = 19,2$



$$M^1_{B1} = \frac{3EI}{L_1} = 0,9375 EI$$

$$M^1_{B2} = \frac{3EI}{L_1} = 0,625 EI$$

$$V^1_A = \frac{3EI}{L_1^2} = 0,293 EI$$

$$V^1_{B2} = \frac{3EI}{L_1^2} = 0,130 EI$$

$$V^1_{B1} = -\frac{3EI}{L_1^2} = -0,293 EI$$

$$V^1_C = -\frac{3EI}{L_1^2} = -0,130 EI$$

Temos então: $\beta_{11} = M^1_{B1} + M^1_{B2} = (0,9375 + 0,625)EI = 1,5625 EI$

3- Cálculo da incógnita Δ_1 :

Da equação de compatibilidade vem que:

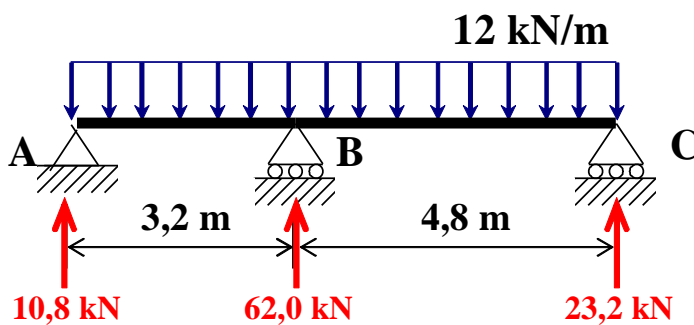
$$\beta_{10} + \Delta_1 \beta_{11} = 0 \Rightarrow \Delta_1 = -\frac{\beta_{10}}{\beta_{11}} = -\frac{19,2}{1,5625 EI} = -12,288$$

4- Cálculos das reações de apoio

$$V_A = V_A^0 + \Delta_1 V_A^1 = 14,4 + \left(\frac{-12,288}{EI}\right) \times (0,293 EI) = 10,8 \text{ kN}$$

$$V_B = (V_{B1}^0 + V_{B2}^0) + \Delta_1 (V_{B1}^1 + V_{B2}^1) = (24 + 36) + \left(\frac{-12,288}{EI}\right) \times (-0,293 EI + 0,130 EI) = 62,0 \text{ kN}$$

$$V_C = V_C^0 + \Delta_1 V_C^1 = 21,6 + \left(\frac{-12,288}{EI}\right) \times (-0,130 EI) = 23,2 \text{ kN}$$



5- Equações de esforços solicitantes

Equações de Esforços Cortantes (Origem de x em A)

$$V_1(x) = V_A - qx = 10,8 - 12x$$

$$\therefore V_1(x) = 10,8 - 12x \dots \Rightarrow 0 \leq x \leq 3,2 \text{ m}$$

$$V_2(x) = V_A - qx + V_B = 10,8 - 12x + 62,0$$

$$\therefore V_2(x) = 72,8 - 12x \dots \Rightarrow 3,2 \leq x \leq 8,0 \text{ m}$$

Equações de Esforços Momentos Fletores (Origem de x em A)

$$M_1(x) = V_A x - q \frac{x^2}{2} = 10,8x - 12 \frac{x^2}{2}$$

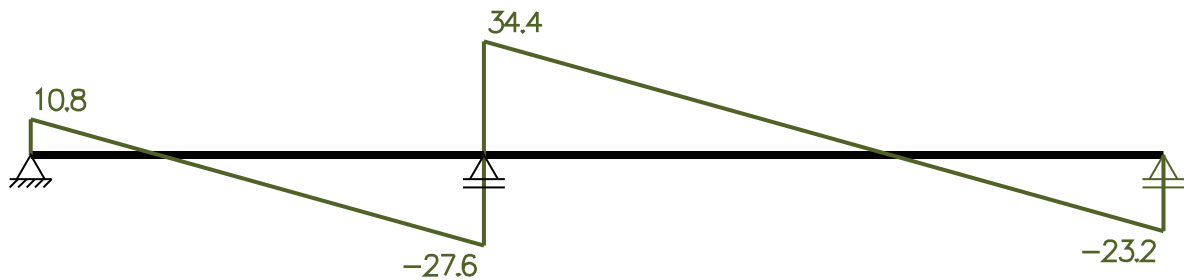
$$\therefore M_1(x) = 10,8x - 6x^2 \dots \Rightarrow 0 \leq x \leq 3,2 \text{ m}$$

$$M_2(x) = V_A x - q \frac{x^2}{2} + V_B (x - 3,2) = 10,8x - 12 \frac{x^2}{2} + 62,0(x - 3,2)$$

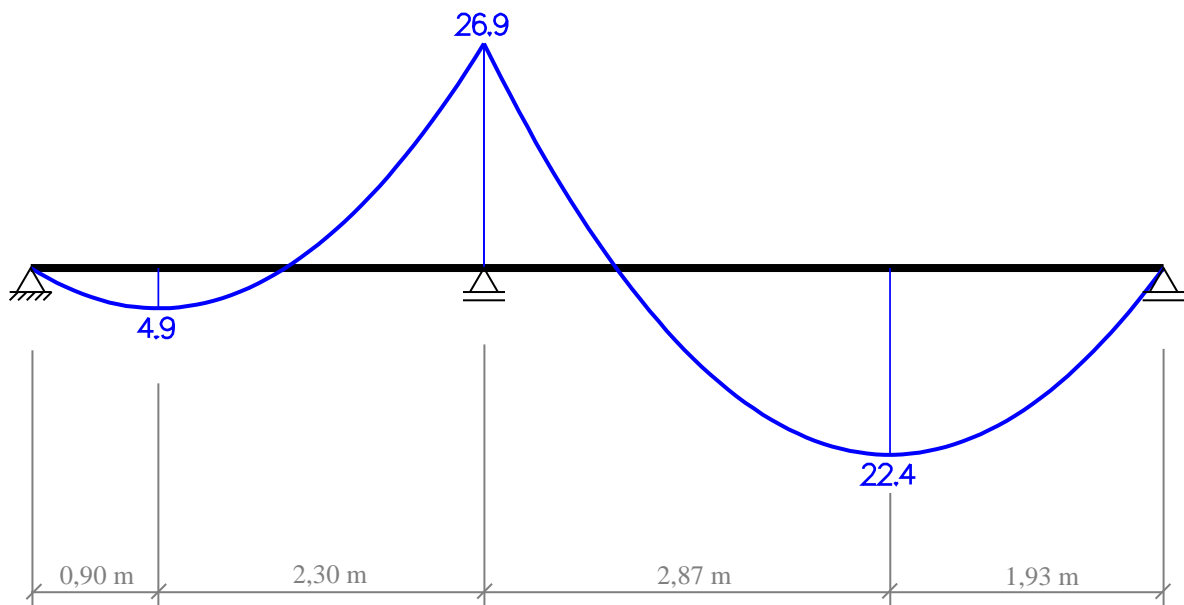
$$\therefore M_2(x) = 72,8x - 6x^2 - 198,4 \dots \Rightarrow 3,2 \leq x \leq 8,0 \text{ m}$$

6- Diagramas de esforços solicitantes

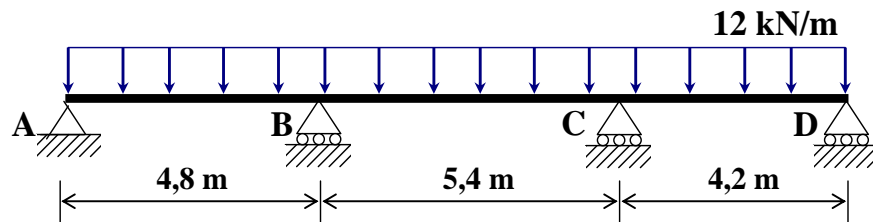
Cortantes



Momentos fletores

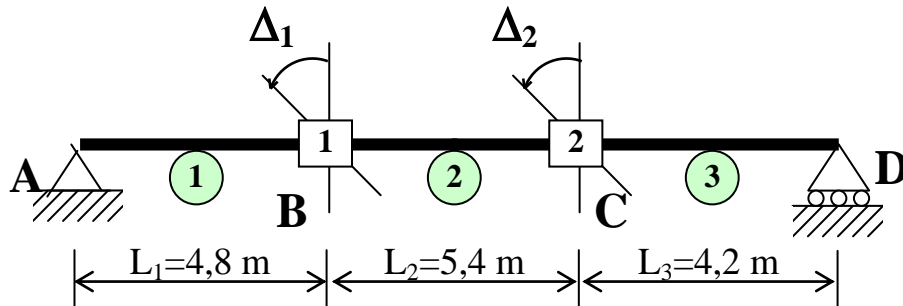


2) Utilize o **Método dos deslocamentos** para encontrar as reações de apoio da viga vista ao lado. Considere todos os trechos com a mesma inércia EI . Trace, também, os diagramas de esforços solicitantes.

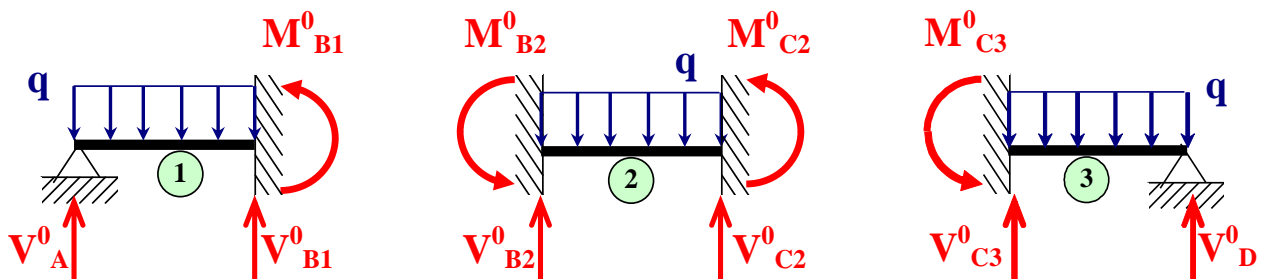
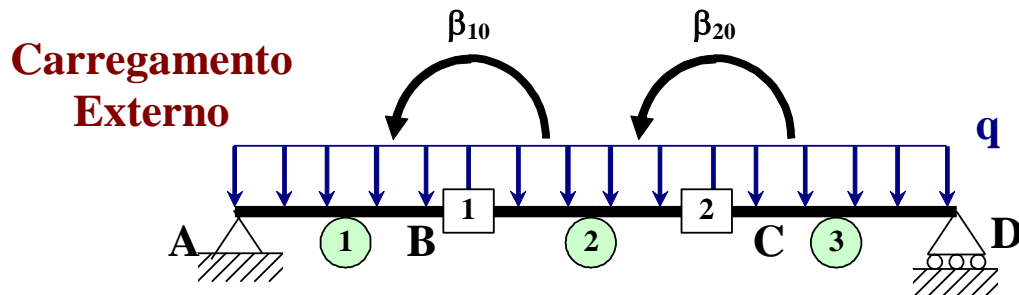


Solução:

1- Sistema Principal



2- Efeitos no sistema principal



Barra 1:

$$M^0_{B1} = -\frac{qL_1^2}{8} = -34,56$$

$$V^0_A = \frac{3qL_1}{8} = 21,60$$

$$V^0_{B1} = \frac{5qL_1}{8} = 36,00$$

Barra 2:

$$M^0_{B2} = +\frac{qL_2^2}{12} = 29,16$$

$$M^0_{C2} = -\frac{qL_2^2}{12} = -29,16$$

$$V^0_{B2} = \frac{qL_2}{2} = 32,4$$

$$V^0_{C2} = \frac{qL_2}{2} = 32,4$$

Barra 3:

$$M^0_{C3} = \frac{qL_3^2}{8} = 26,46$$

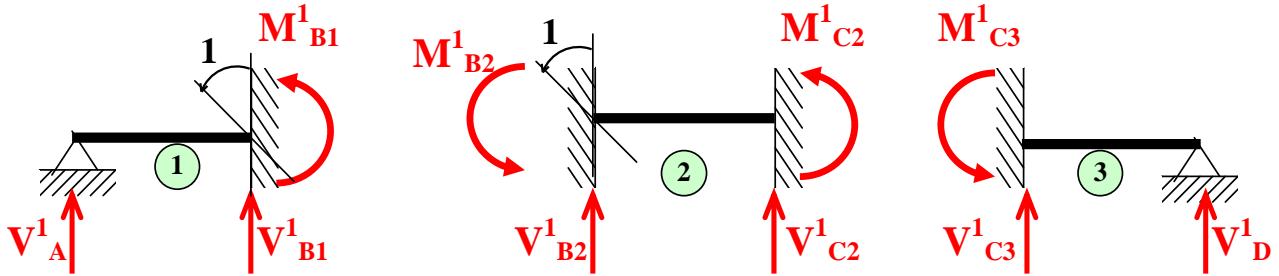
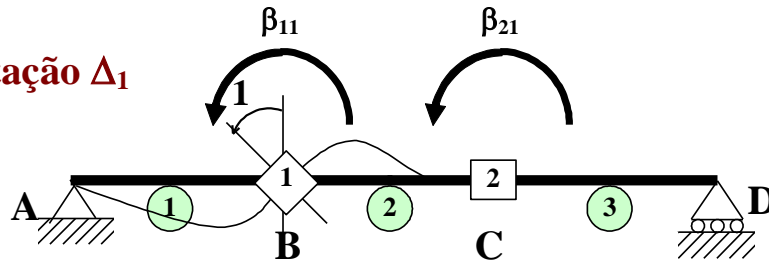
$$V^0_{C3} = \frac{5qL_3}{8} = 31,50$$

$$V^0_D = \frac{3qL_3}{8} = 18,90$$

Temos então: $\beta_{10} = M^0_{B1} + M^0_{B2} = -5,40$

$$\beta_{20} = M^0_{C2} + M^0_{C3} = -2,70$$

Rotação Δ_1



$$M^1_{B1} = \frac{3EI}{L_1} = 0,625EI$$

$$V^1_A = \frac{3EI}{L_1^2} = 0,13021EI$$

$$V^1_{B1} = -\frac{3EI}{L_1^2} = -0,13021EI$$

$$M^1_{B2} = \frac{4EI}{L_2} = 0,74074EI$$

$$M^1_{C2} = \frac{2EI}{L_2} = 0,37037EI$$

$$V^1_{B2} = \frac{6EI}{L_2^2} = 0,20576EI$$

$$V^1_{C2} = -\frac{6EI}{L_2^2} = -0,20576EI$$

$$M^1_{C3} = 0$$

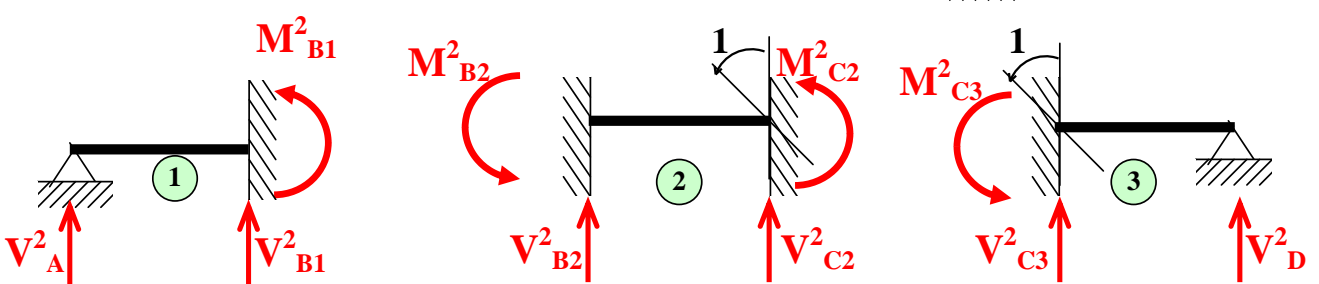
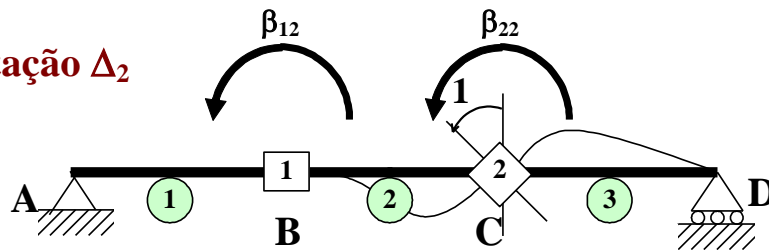
$$V^1_{C3} = 0$$

$$V^1_D = 0$$

Temos então: $\beta_{11} = M^1_{B1} + M^1_{B2} = 1,36574EI$

$\beta_{21} = M^1_{C2} + M^1_{C3} = 0,37037EI$

Rotação Δ_2



$$M^2_{B1} = 0$$

$$V^2_A = 0$$

$$V^2_{B1} = 0$$

$$M^2_{B2} = \frac{2EI}{L_2} = 0,37037EI$$

$$M^2_{C2} = \frac{4EI}{L_2} = 0,74074EI$$

$$V^2_{B2} = \frac{6EI}{L_2^2} = 0,20576EI$$

$$V^2_{C2} = -\frac{6EI}{L_2^2} = -0,20576EI$$

$$M^2_{C3} = \frac{3EI}{L_3} = 0,71429EI$$

$$V^2_{C3} = \frac{3EI}{L_3^2} = 0,17007EI$$

$$V^2_D = -\frac{3EI}{L_3^2} = -0,17007EI$$

$$\begin{aligned} \text{Temos então: } \beta_{12} &= M^2_{B1} + M^2_{B2} = 0,37037EI \\ \beta_{22} &= M^2_{C2} + M^2_{C3} = 1,45503EI \end{aligned}$$

3- Cálculos das incógnitas Δ_1 e Δ_2 :

Das equações de compatibilidade vem que:

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{20} \end{Bmatrix} \Rightarrow EI \begin{bmatrix} 1,36574 & 0,37037 \\ 0,37037 & 1,45503 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5,4 \\ 2,7 \end{Bmatrix}$$

$$\therefore \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3,7065 \\ 0,9122 \end{Bmatrix} \frac{1}{EI}$$

4- Cálculos das reações de apoio

$$V_A = V_A^0 + \Delta_1 V_A^1 + \Delta_2 V_A^2 \Rightarrow$$

$$V_A = 21,6 + \left(\frac{3,7065}{EI} \right) \times (0,13021 EI) + \left(\frac{0,9122}{EI} \right) \times 0 = 22,083 \text{ kN}$$

$$V_B = (V_{B1}^0 + V_{B2}^0) + \Delta_1 (V_{B1}^1 + V_{B2}^1) + \Delta_2 (V_{B1}^2 + V_{B2}^2) \Rightarrow$$

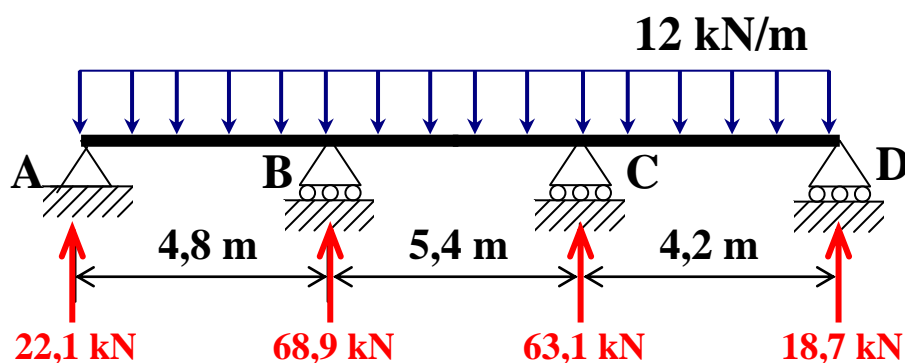
$$V_B = (36 + 32,4) + \left(\frac{3,7065}{EI} \right) \times (-0,130021 EI + 0,20576 EI) + \left(\frac{0,9122}{EI} \right) \times (0 + 0,20576 EI) = 68,868 \text{ kN}$$

$$V_C = (V_{C2}^0 + V_{C3}^0) + \Delta_1 (V_{C2}^1 + V_{C3}^1) + \Delta_2 (V_{C2}^2 + V_{C3}^2) \Rightarrow$$

$$V_C = (32,4 + 31,5) + \left(\frac{3,7065}{EI} \right) \times (-0,20576 EI + 0) + \left(\frac{0,9122}{EI} \right) \times (-0,20576 EI + 0,17007 EI) = 63,105 \text{ kN}$$

$$V_D = V_D^0 + \Delta_1 V_D^1 + \Delta_2 V_D^2 \Rightarrow$$

$$V_D = 18,9 + \left(\frac{3,7065}{EI} \right) \times 0 + \left(\frac{0,9122}{EI} \right) \times (-0,17007 EI) = 18,745 \text{ kN}$$



no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M. fletor
1	-0.00000000	-29.50126713	22.0826	0.0000
2	-0.00000000	3.70653426	68.8677	0.0000
3	-0.00000000	0.91215492	63.1048	0.0000
4	-0.00000000	18.06592254	18.7449	0.0000

5- Equações de esforços solicitantes

Equações de Esforços Cortantes (Origem de x em A)

$$V_1(x) = V_A - qx = 22,083 - 12x$$

$$\therefore V_1(x) = 22,083 - 12x \dots\dots\dots \Rightarrow 0 \leq x \leq 4,8 \text{ m}$$

$$V_2(x) = V_A - qx + V_B = 22,083 - 12x + 68,868$$

$$\therefore V_2(x) = 90,951 - 12x \dots\dots\dots \Rightarrow 4,8 \leq x \leq 10,2 \text{ m}$$

$$V_3(x) = V_A - qx + V_B + V_C = 22,083 - 12x + 68,868 + 63,105$$

$$\therefore V_3(x) = 154,056 - 12x \dots\dots\dots \Rightarrow 10,2 \leq x \leq 14,4 \text{ m}$$

Equações de Esforços Momentos Fletores (Origem de x em A)

$$M_1(x) = V_A x - q \frac{x^2}{2} = 22,083x - 12 \frac{x^2}{2}$$

$$\therefore M_1(x) = 22,083x - 6x^2 \dots\dots\dots \Rightarrow 0 \leq x \leq 4,8 \text{ m}$$

$$M_2(x) = V_A x - q \frac{x^2}{2} + V_B (x - 4,8) = 22,083x - 12 \frac{x^2}{2} + 68,868(x - 4,8)$$

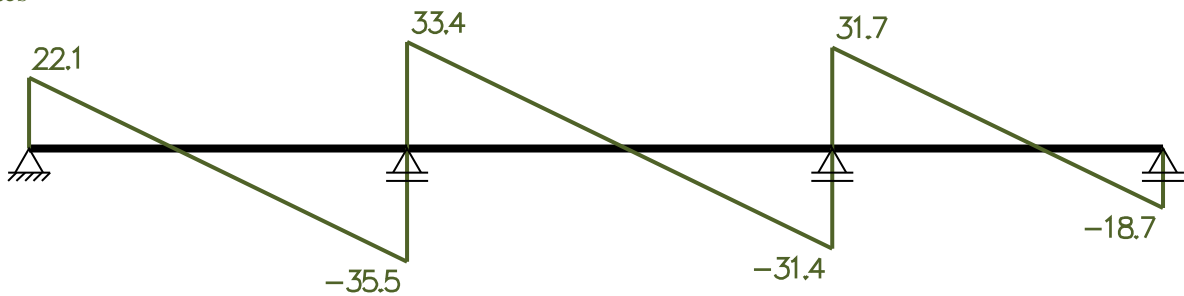
$$\therefore M_2(x) = 90,951x - 6x^2 - 330,5664 \dots\dots\dots \Rightarrow 4,8 \leq x \leq 10,2 \text{ m}$$

$$M_3(x) = V_A x - q \frac{x^2}{2} + V_B (x - 4,8) + V_C (x - 10,2) = 22,083x - 12 \frac{x^2}{2} + 68,868(x - 4,8) + 63,105(x - 10,2)$$

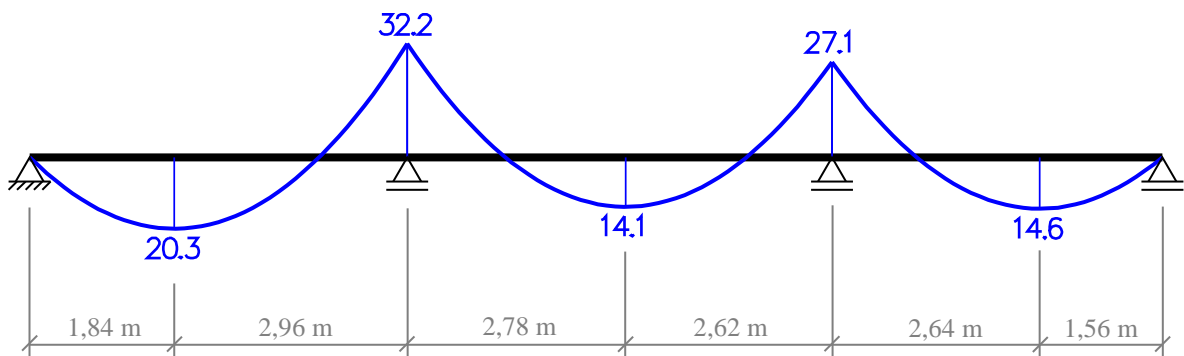
$$\therefore M_3(x) = 154,056x - 6x^2 - 974,2374 \dots\dots\dots \Rightarrow 10,2 \leq x \leq 14,4 \text{ m}$$

6- Diagramas de esforços solicitantes

Cortantes

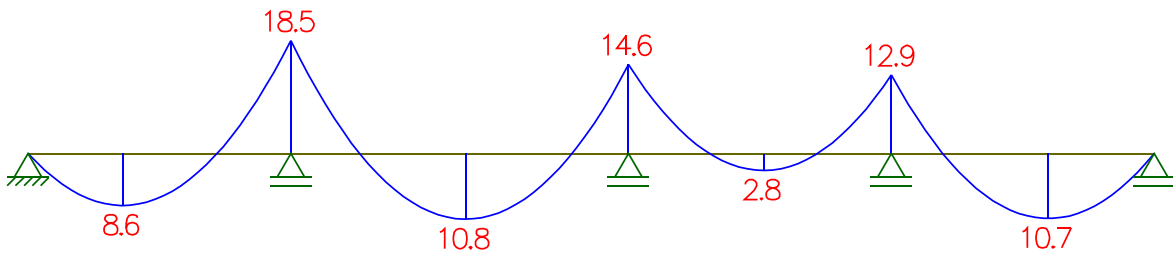
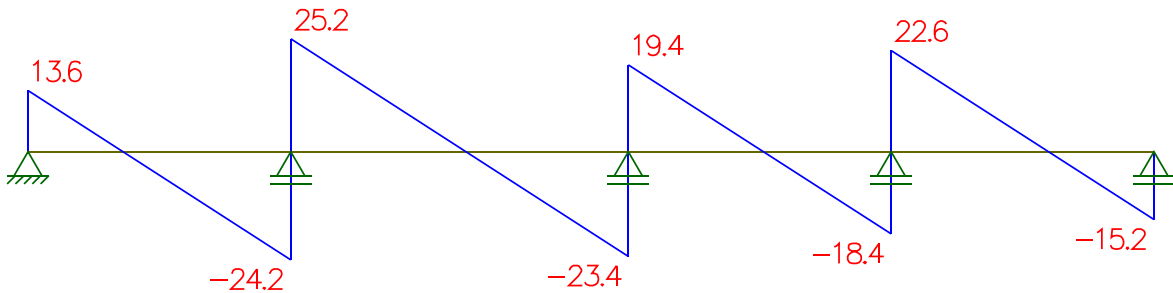


Momentos fletores



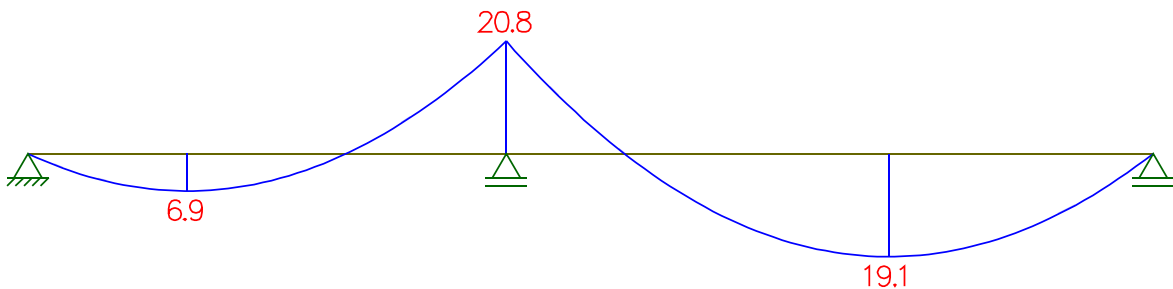
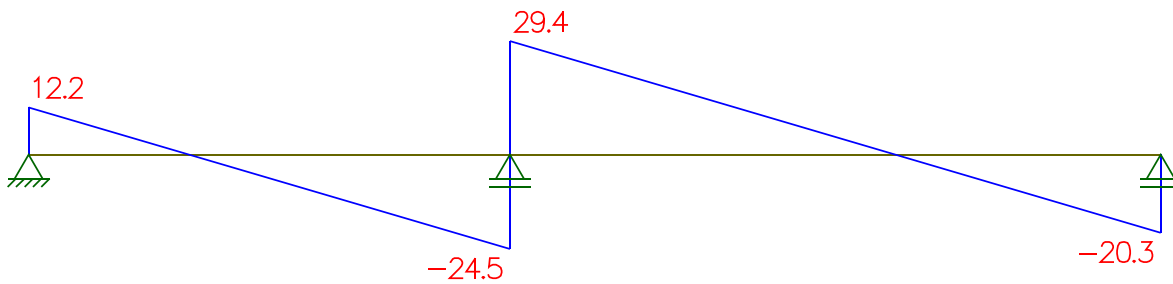
3)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-8.49625493	13.6114	0.0000
2	-0.00000000	-2.30124014	49.3604	0.0000
3	-0.00000000	5.24371125	42.8127	0.0000
4	-0.00000000	-4.25445321	40.9986	0.0000
5	-0.00000000	11.77410161	15.2169	0.0000



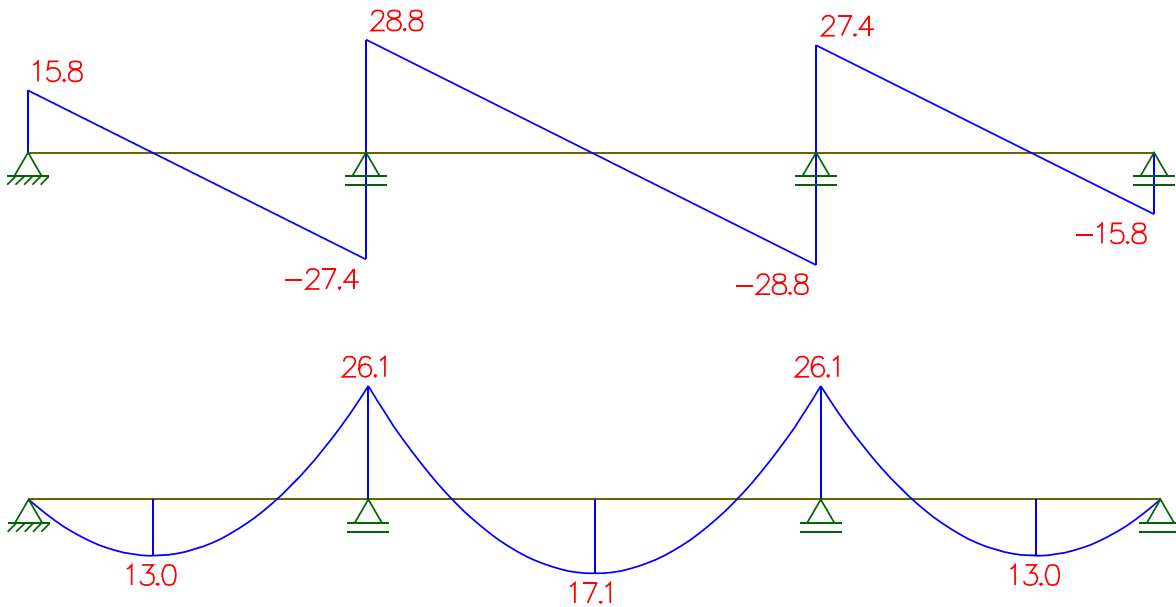
4)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-5.88003158	12.2319	0.0000
2	-0.00000000	-5.92673684	53.8575	0.0000
3	-0.00000000	13.91366842	20.3105	0.0000



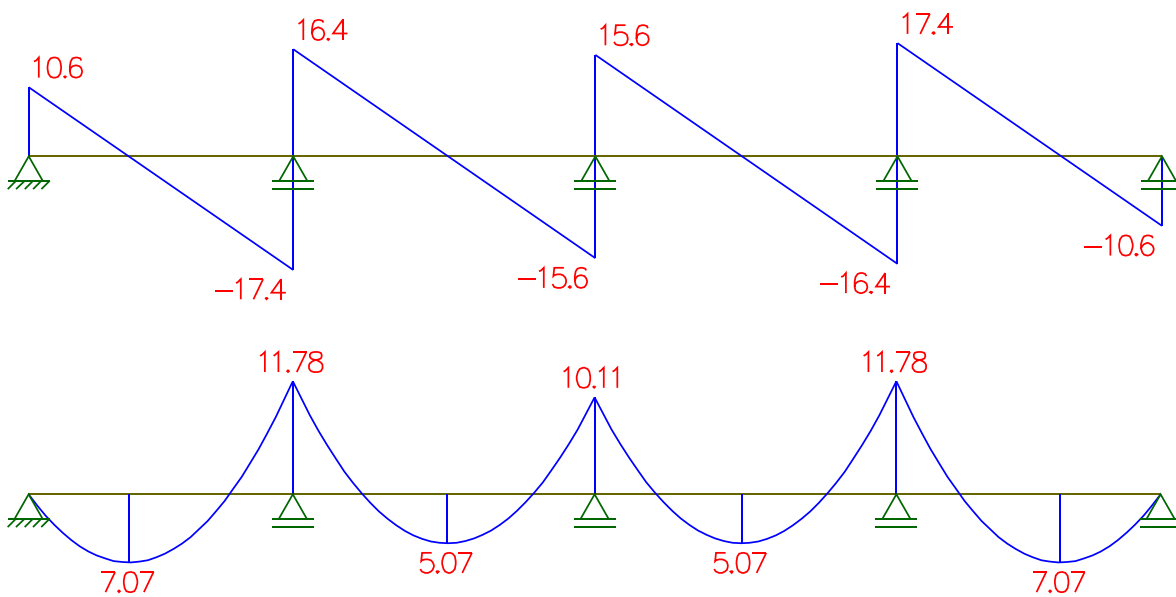
5)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-16.87500000	15.8000	0.0000
2	-0.00000000	-2.70000000	56.2000	0.0000
3	-0.00000000	2.70000000	56.2000	0.0000
4	-0.00000000	16.87500000	15.8000	0.0000



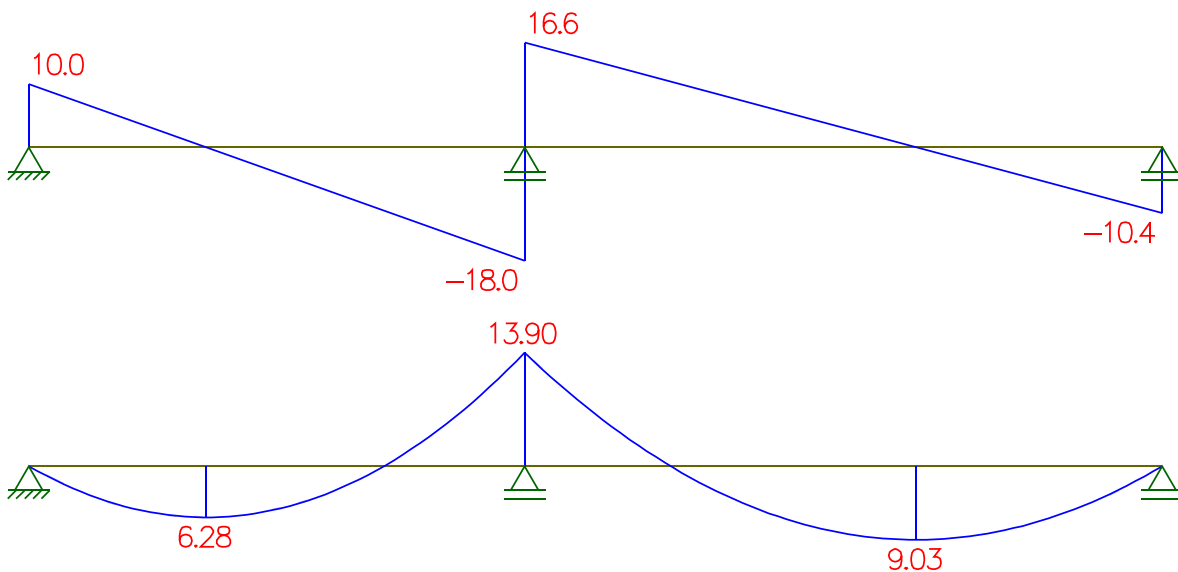
6)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-7.42291667	10.6357	0.0000
2	-0.00000000	0.55416667	33.7799	0.0000
3	-0.00000000	0.00000000	31.1688	0.0000
4	-0.00000000	-0.55416667	33.7799	0.0000
5	-0.00000000	7.42291667	10.6357	0.0000

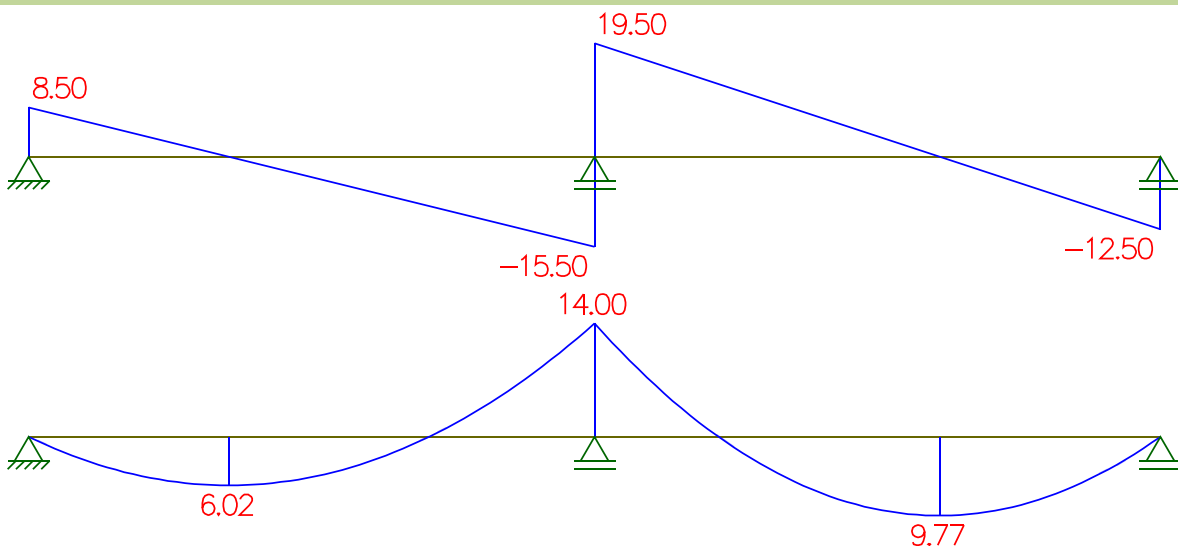


7)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-6.18196615	10.0279	0.0000
2	-0.00000000	-1.92773438	34.5615	0.0000
3	-0.00000000	12.35449219	10.4106	0.0000



8)



9)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-25.00000000	13.5000	0.0000
2	-0.00000000	18.75000000	16.5000	0.0000
3	-0.00000000	-18.75000000	16.5000	0.0000
4	-0.00000000	25.00000000	13.5000	0.0000

10)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	0.00000000	6.25000000	-1.5000	0.0000
2	-0.00000000	-12.50000000	16.5000	0.0000
3	-0.00000000	12.50000000	16.5000	0.0000
4	0.00000000	-6.25000000	-1.5000	0.0000

11)

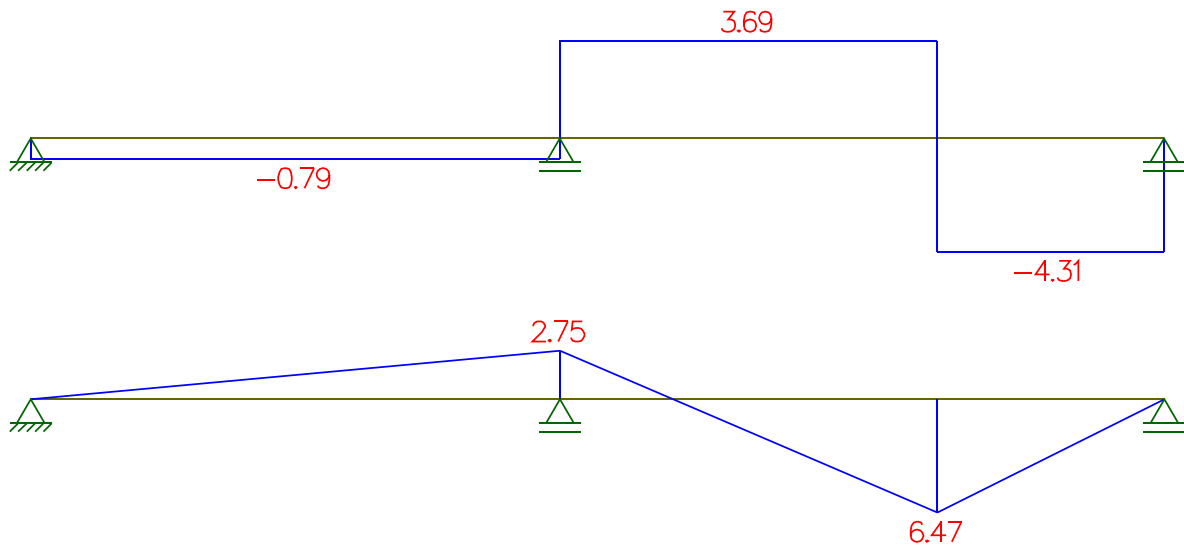
no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-8.99994353	9.3750	0.0000
2	-0.00000000	1.99988705	29.6456	0.0000
3	-0.00000000	0.08370747	24.1442	0.0000
4	-0.00000000	-2.31099816	29.7693	0.0000
5	-0.00000000	8.30133242	11.0660	0.0000

12)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-12.89030072	12.8339	0.0000
2	-0.00000000	4.44726811	34.8432	0.0000
3	-0.00000000	-1.02324227	23.8027	0.0000
4	-0.00000000	-0.36393477	25.5561	0.0000
5	-0.00000000	5.54134239	7.9641	0.0000

13)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	0.00000000	1.60416667	-0.7857	0.0000
2	-0.00000000	-3.20833333	4.4732	0.0000
3	-0.00000000	6.29166667	4.3125	0.0000



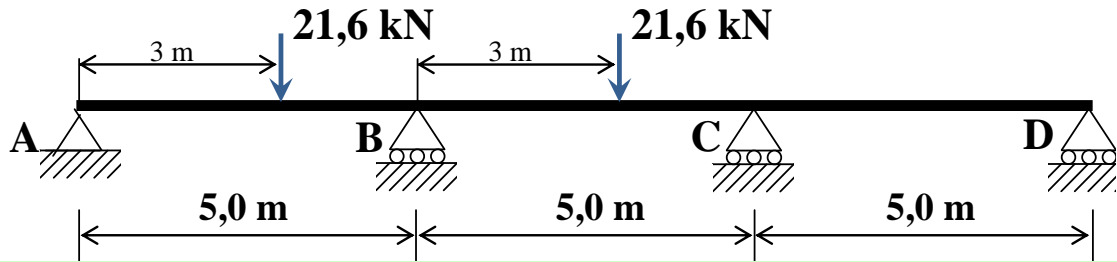
14)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-4.00000000	2.5000	0.0000
2	-0.00000000	0.00000000	11.0000	0.0000
3	-0.00000000	4.00000000	2.5000	0.0000

15)

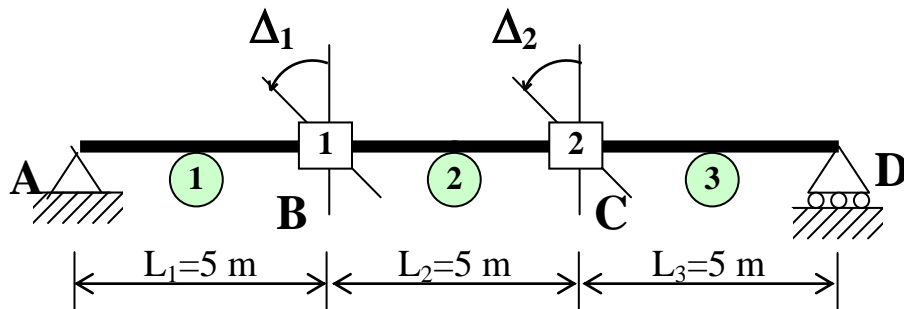
no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-2.01600000	0.4838	0.0000
2	0.00000000	4.03200000	-2.9030	0.0000
3	-0.00000000	-14.11200000	12.9946	0.0000
4	-0.00000000	26.49600000	11.0246	0.0000

16) Utilize o **Método dos deslocamentos** para encontrar as reações de apoio da viga vista abaixo. Considere todos os trechos com a mesma inércia EI. Trace, também, os diagramas de esforços solicitantes.

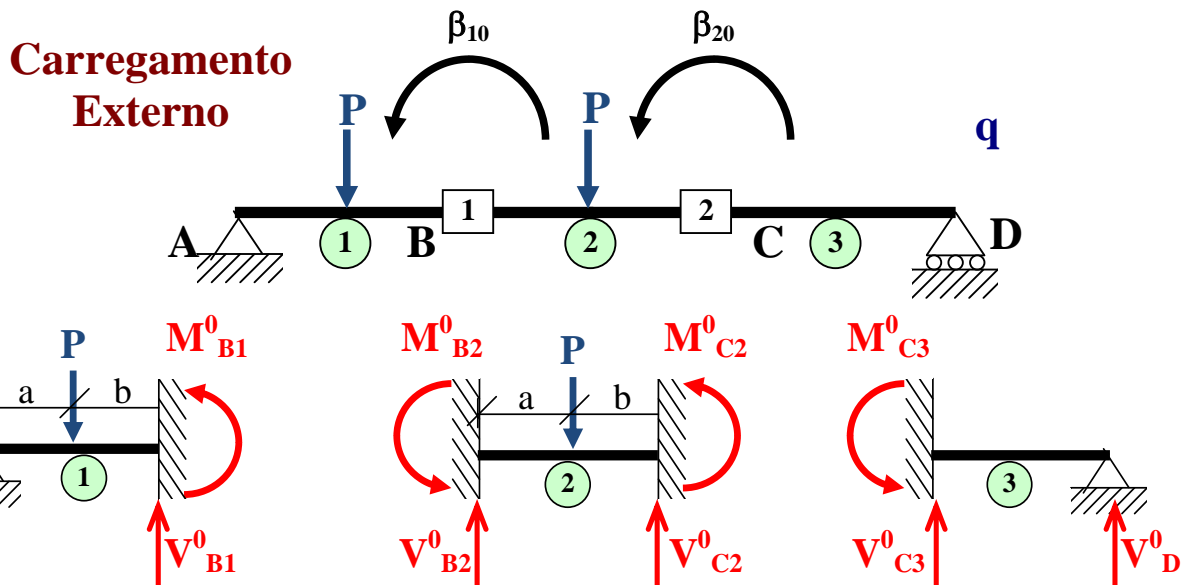


Solução:

1- Sistema Principal



2- Efeitos no sistema principal



Barra 1:

$$M^0_{B1} = -\frac{Pab}{2L_1^2}(L_1 + a) = -20,736$$

$$V^0_A = \frac{Pb}{L_1} - \frac{Pab}{2L_1^3}(L_1 + a) = 4,4928$$

$$V^0_{B1} = \frac{Pa}{L_1} + \frac{Pab}{2L_1^3}(L_1 + a) = 17,1072$$

Barra 2:

$$M^0_{B2} = +\frac{Pab^2}{L_2^2} = 10,368$$

$$M^0_{C2} = -\frac{Pa^2b}{L_2^2} = -15,552$$

$$V^0_{B2} = \frac{P_2b}{L_2^3}(L_2^2 + ab - a^2) = 7,603$$

$$V^0_{C2} = \frac{P_2b}{L_2^3}(L_2^2 - ab + a^2) = 13,997$$

Barra 3:

$$M^0_{C3} = 0$$

$$V^0_{C3} = 0$$

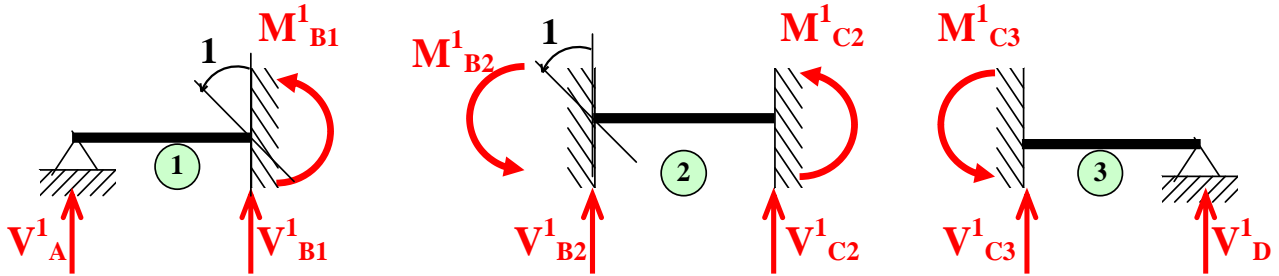
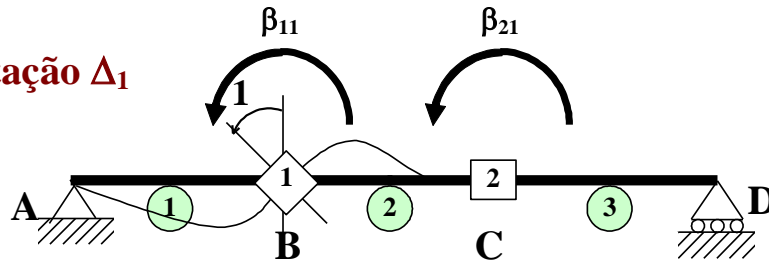
$$V^0_D = 0$$

Temos então:

$$\beta_{10} = M^0_{B1} + M^0_{B2} = -10,3680$$

$$\beta_{20} = M^0_{C2} + M^0_{C3} = -15,5520$$

Rotação Δ_1



$$M^1_{B1} = \frac{3EI}{L_1} = 0,600EI$$

$$V^1_A = \frac{3EI}{L_1^2} = 0,120EI$$

$$V^1_{B1} = -\frac{3EI}{L_1^2} = -0,120EI$$

$$M^1_{B2} = \frac{4EI}{L_2} = 0,800EI$$

$$M^1_{C2} = \frac{2EI}{L_2} = 0,400EI$$

$$V^1_{B2} = \frac{6EI}{L_2^2} = 0,240EI$$

$$V^1_{C2} = -\frac{6EI}{L_2^2} = -0,240EI$$

$$M^1_{C3} = 0$$

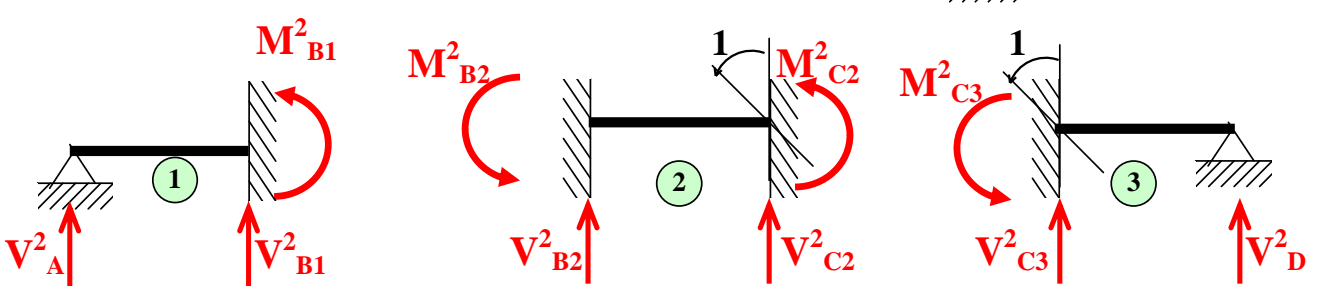
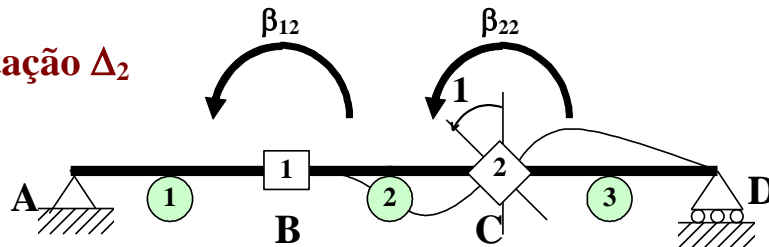
$$V^1_{C3} = 0$$

$$V^1_D = 0$$

Temos então: $\beta_{11} = M^1_{B1} + M^1_{B2} = 1,400EI$

$\beta_{21} = M^1_{C2} + M^1_{C3} = 0,400EI$

Rotação Δ_2



$$M^2_{B1} = 0$$

$$V^2_A = 0$$

$$V^2_{B1} = 0$$

$$M^2_{B2} = \frac{2EI}{L_2} = 0,400EI$$

$$M^2_{C2} = \frac{4EI}{L_2} = 0,800EI$$

$$V^2_{B2} = \frac{6EI}{L_2^2} = 0,240EI$$

$$V^2_{C2} = -\frac{6EI}{L_2^2} = -0,240EI$$

$$M^2_{C3} = \frac{3EI}{L_3} = 0,600EI$$

$$V^2_{C3} = \frac{3EI}{L_3^2} = 0,120EI$$

$$V^2_D = -\frac{3EI}{L_3^2} = -0,120EI$$

$$\begin{aligned} \text{Temos então: } \beta_{12} &= M^2_{B1} + M^2_{B2} = 0,400EI \\ \beta_{22} &= M^2_{C2} + M^2_{C3} = 1,400EI \end{aligned}$$

3- Cálculos das incógnitas Δ_1 e Δ_2 :

Das equações de compatibilidade vem que:

$$\begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{20} \end{Bmatrix} \Rightarrow EI \begin{bmatrix} 1,400 & 0,400 \\ 0,400 & 1,400 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 10,368 \\ 15,552 \end{Bmatrix}$$

$$\therefore \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4,608 \\ 9,792 \end{Bmatrix} \frac{1}{EI}$$

4- Cálculos das reações de apoio

$$V_A = V_A^0 + \Delta_1 V_A^1 + \Delta_2 V_A^2 \Rightarrow$$

$$V_A = 4,4928 + \left(\frac{4,608}{EI} \right) \times (0,120 EI) + \left(\frac{9,792}{EI} \right) \times 0 = 5,0458 \text{ kN}$$

$$V_B = (V_{B1}^0 + V_{B2}^0) + \Delta_1 (V_{B1}^1 + V_{B2}^1) + \Delta_2 (V_{B1}^2 + V_{B2}^2) \Rightarrow$$

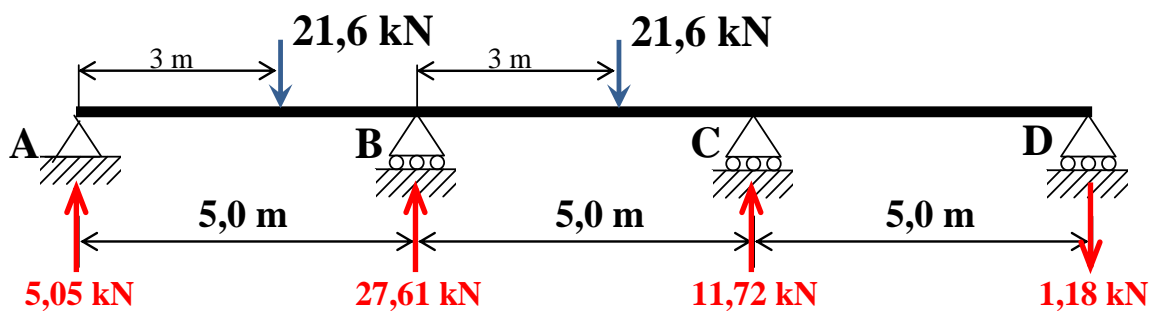
$$V_B = (17,1072 + 7,603) + \left(\frac{4,608}{EI} \right) \times (-0,120 EI + 0,240 EI) + \left(\frac{9,792}{EI} \right) \times (0 + 0,240 EI) = 27,6134 \text{ kN}$$

$$V_C = (V_{C2}^0 + V_{C3}^0) + \Delta_1 (V_{C2}^1 + V_{C3}^1) + \Delta_2 (V_{C2}^2 + V_{C3}^2) \Rightarrow$$

$$V_C = (13,997 + 0) + \left(\frac{4,608}{EI} \right) \times (-0,240 EI + 0) + \left(\frac{9,792}{EI} \right) \times (-0,240 EI + 0,120 EI) = 11,7158 \text{ kN}$$

$$V_D = V_D^0 + \Delta_1 V_D^1 + \Delta_2 V_D^2 \Rightarrow$$

$$V_D = 0 + \left(\frac{4,608}{EI} \right) \times 0 + \left(\frac{9,792}{EI} \right) \times (-0,120 EI) = -1,1750 \text{ kN}$$



no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M. fletor
1	-0.00000000	-15.26400000	5.0458	0.0000
2	-0.00000000	4.60800000	27.6134	0.0000
3	-0.00000000	9.79200000	11.7158	0.0000
4	0.00000000	-4.89600000	-1.1750	0.0000

5- Equações de esforços solicitantes

Equações de Esforços Cortantes (Origem de x em A)

$$V_1(x) = V_A$$

$$\therefore V_1(x) = 5,0458 \dots \Rightarrow 0 \leq x \leq 3,0 \text{ m}$$

$$V_2(x) = V_A - 21,6 = 5,0458 - 21,6$$

$$\therefore V_2(x) = -16,5542 \dots \Rightarrow 3,0 \leq x \leq 5,0 \text{ m}$$

$$V_3(x) = V_A - 21,6 + V_B = 5,0458 - 21,6 + 27,6134$$

$$\therefore V_3(x) = 11,0592 \dots \Rightarrow 5,0 \leq x \leq 8,0 \text{ m}$$

$$V_4(x) = V_A - 21,6 + V_B - 21,6 = 5,0458 - 21,6 + 27,6134 - 21,6$$

$$\therefore V_4(x) = -10,5408 \dots \Rightarrow 8,0 \leq x \leq 10,0 \text{ m}$$

$$V_5(x) = V_A - 21,6 + V_B - 21,6 + V_C = 5,0458 - 21,6 + 27,6134 - 21,6 + 11,7158$$

$$\therefore V_5(x) = 1,175 \dots \Rightarrow 10,0 \leq x \leq 15,0 \text{ m}$$

Equações de Esforços Momentos Fletores (Origem de x em A)

$$M_1(x) = V_A x$$

$$\therefore M_1(x) = 5,0458x \dots \Rightarrow 0 \leq x \leq 3,0 \text{ m}$$

$$M_2(x) = V_A x - 21,6(x - 3) = 5,0458x - 21,6(x - 3)$$

$$\therefore M_2(x) = -16,5542x + 64,8 \dots \Rightarrow 3,0 \leq x \leq 5,0 \text{ m}$$

$$M_3(x) = V_A x - 21,6(x - 3) + V_B(x - 5) = 5,0458x - 21,6(x - 3) + 27,6134(x - 5)$$

$$\therefore M_3(x) = 11,0592x - 73,267 \dots \Rightarrow 5,0 \leq x \leq 8,0 \text{ m}$$

$$M_4(x) = V_A x - 21,6(x - 3) + V_B(x - 5) - 21,6(x - 8) = 5,0458x - 21,6(x - 3) + 27,6134(x - 5) - 21,6(x - 8)$$

$$\therefore M_4(x) = -10,5408x + 99,533 \dots \Rightarrow 8,0 \leq x \leq 10,0 \text{ m}$$

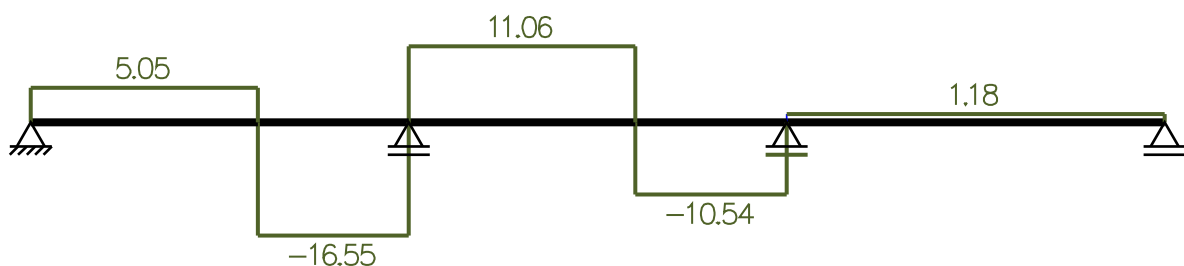
$$M_5(x) = V_A x - 21,6(x - 3) + V_B(x - 5) - 21,6(x - 8) + V_C(x - 10) \Rightarrow$$

$$= 5,0458x - 21,6(x - 3) + 27,6134(x - 5) - 21,6(x - 8) + 11,7158(x - 10)$$

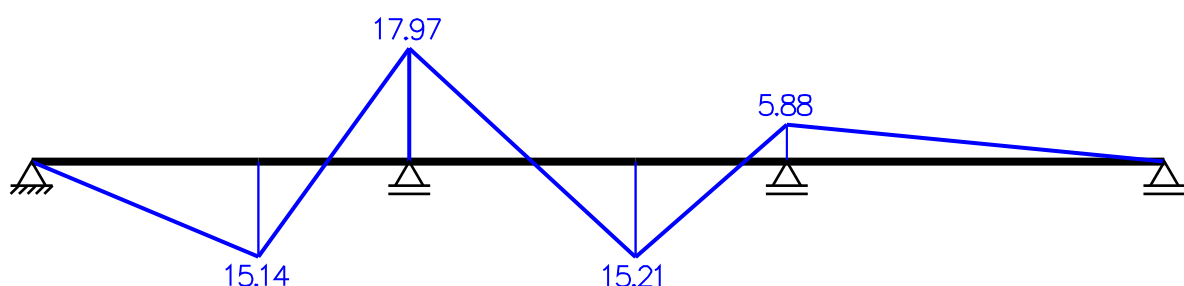
$$\therefore M_5(x) = 1,175x - 17,625 \dots \Rightarrow 10,0 \leq x \leq 15,0 \text{ m}$$

6- Diagramas de esforços solicitantes

Cortantes



Momentos fletores

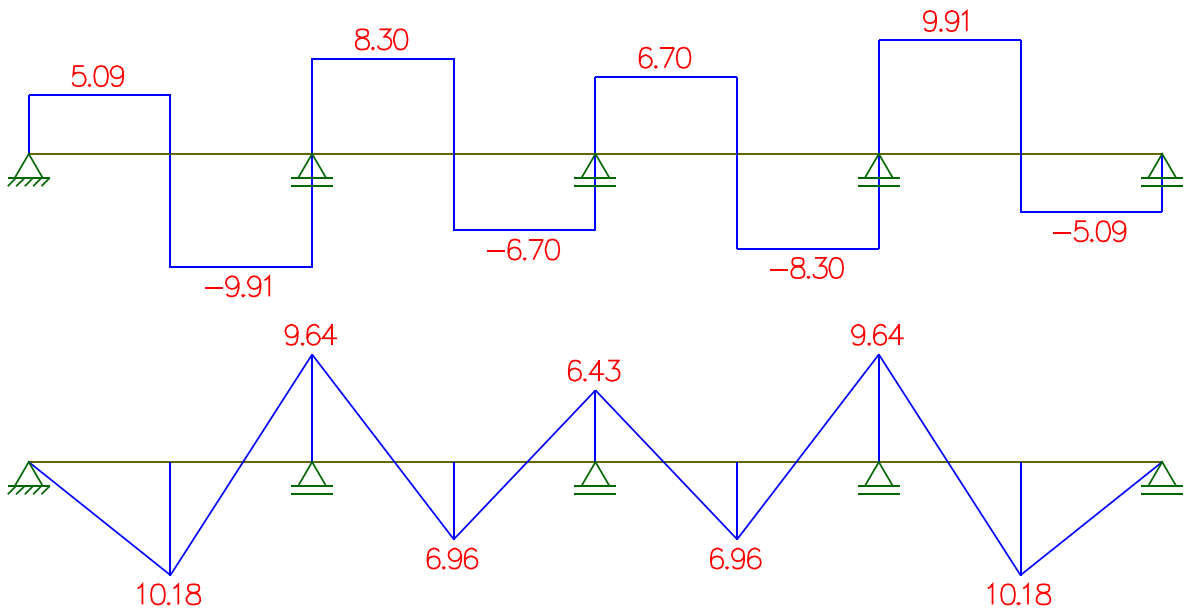


17)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-18.75000000	7.0000	0.0000
2	-0.00000000	6.25000000	23.0000	0.0000
3	-0.00000000	-6.25000000	23.0000	0.0000
4	-0.00000000	18.75000000	7.0000	0.0000

18)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-8.57142857	5.0893	0.0000
2	-0.00000000	2.14285714	18.2143	0.0000
3	-0.00000000	0.00000000	13.3929	0.0000
4	-0.00000000	-2.14285714	18.2143	0.0000
5	-0.00000000	8.57142857	5.0893	0.0000



19)

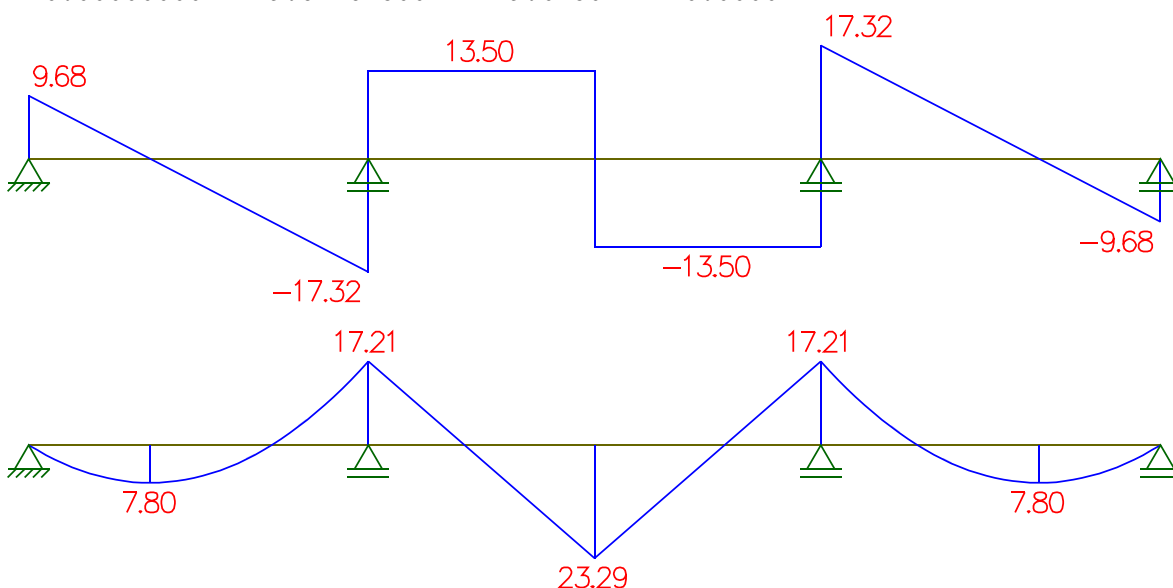
no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-0.00000000	12.0461	4.8823
2	-0.00000000	-6.78521642	44.0305	0.0000
3	-0.00000000	13.40177757	17.9253	0.0000

20)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-8.24242424	9.0909	0.0000
2	-0.00000000	0.48484848	31.2727	0.0000
3	-0.00000000	0.00000000	15.6364	-10.1818

21)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-9.87187500	9.6750	0.0000
2	-0.00000000	-3.03750000	30.8250	0.0000
3	-0.00000000	3.03750000	30.8250	0.0000
4	-0.00000000	9.87187500	9.6750	0.0000



22)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-0.00000000	5.9159	5.5244
2	-0.00000000	0.02481548	16.4294	0.0000
3	-0.00000000	-0.23105272	19.8676	0.0000
4	-0.00000000	0.42029874	22.6988	0.0000
5	-0.00000000	0.00000000	10.0883	-5.6447

23)

no	-----Deslocamentos-----		--Reações de apoio--	
	Vertical	Rotação	Força	M.fletor
1	-0.00000000	-0.00000000	19.5000	15.5000
2	-0.00000000	0.00000000	39.0000	0.0000
3	-0.00000000	-0.00000000	39.0000	0.0000
4	-0.00000000	-0.00000000	39.0000	0.0000
5	-0.00000000	0.00000000	19.5000	-15.5000

