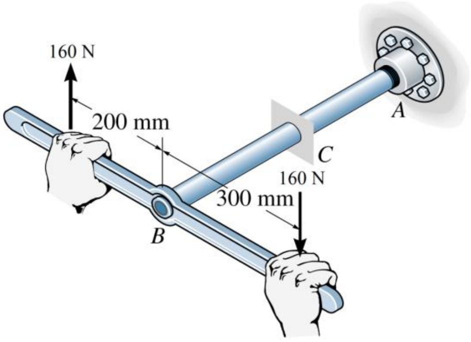
1. O tubo de alumínio (G=26,1 GPa) mostrado na figura ao lado tem diâmetro interno de 44 mm e diâmetro externo de 48 mm. Supondo que sua extremidade seja apertada contra o apoio em A por meio de um torquímetro em B, determinar a tensão de cisalhamento máxima desenvolvida em C do tubo quando são aplicadas forças de 160 N ao torquímetro. Calcule, também, o ângulo de torção em B se o comprimento do eixo AB tem 1,1 m.



Solução:

→Cálculo do torque em B:

$$T = 160\ \mathrm{N} \times (200\ \mathrm{mm} + 300\ \mathrm{mm}) = 80000\mathrm{N.mm}$$

→Cálculo da tensão máxima em C:

$$d_{ext} = 48\mathrm{mm}$$

$$d_{int} = 44\ \mathrm{mm}$$

$$\tau_{max} = \frac{T\, d_{ext}}{2\, J_t} = \frac{T\, d_{ext}}{2\, \frac{\pi}{32}(d_{ext}^4 - d_{int}^4)} = \frac{80000\ \mathrm{N.mm} \times 48\ \mathrm{mm}}{2 \times \frac{\pi}{32} \times [(48\ \mathrm{mm})^4 - (44\ \mathrm{mm})^4]} = 12{,}534\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

$$\therefore \boldsymbol{\tau_{max} = 12{,}5\ \mathrm{MPa}}$$

→Cálculo do ângulo de torção do eixo AB:

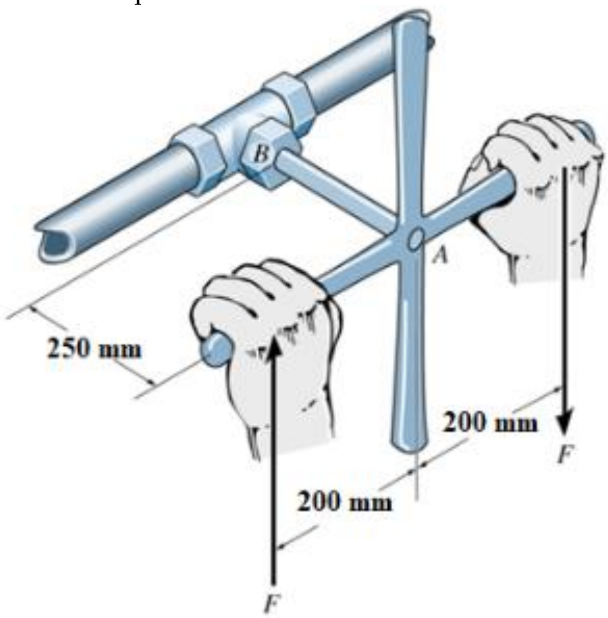
$$G = 26{,}1\mathrm{GPa} = 26100\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

$$L_{AB} = 1{,}1\ \mathrm{m} = 1100\ \mathrm{mm}$$

$$\phi_{AB} = \frac{T\, L}{G J_t} = \frac{T\, L_{AB}}{G \frac{\pi}{32}(d_{ext}^4 - d_{int}^4)} = \frac{80000\ \mathrm{N.mm} \times 1100\mathrm{mm}}{26100\ \times \frac{\pi}{32} \times [(48\ \mathrm{mm})^4 - (44\ \mathrm{mm})^4]} = 0{,}02201\mathrm{rad}$$

$$\therefore \boldsymbol{\phi_{AB} = 1{,}26^\circ}$$

2. Considere o eixo tubular AB, espessura 2,7 mm e diâmetro externo de 29 mm, ao qual está acoplado o volante da válvula, feito de aço (G=75 GPa). Calcule a tensão de cisalhamento máxima e o ângulo de torção do volante AB quando F=245 N.



Solução

$$1\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} = 1\ \mathrm{MPa}$$

$$1\ \mathrm{rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}$$

$$d_{ext} = 29\ \mathrm{mm}$$

$$d_{int} = 29 - 2 \times 2{,}7 = 23{,}6\ \mathrm{mm}$$

$$J_T = \frac{\pi}{32}\left[(d_{ext})^4 - (d_{int})^4\right] = \frac{\pi}{32}\left[(29\ \mathrm{mm})^4 - (23{,}6\ \mathrm{mm})^4\right] = 38982{,}8\ \mathrm{mm}^4$$

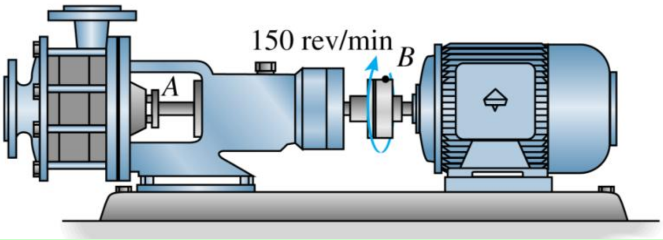
$$\tau_{max} = \frac{Td}{2J_T} = \frac{(245\mathrm{N} \times 400\ \mathrm{mm})(29\ \mathrm{mm})}{2 \times\ 38982{,}8\ \mathrm{mm}^4} = 36{,}45\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

$$\therefore \boldsymbol{\tau_{max} = 36{,}5\ \mathrm{MPa}}$$

$$\emptyset_{AB} = \frac{TL}{GJ_T} = \frac{(245\mathrm{N} \times 400\ \mathrm{mm})(250\ \mathrm{mm})}{\left(75000\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}\right) \times 38982{,}8\ \mathrm{mm}^4} = 0{,}00838\ \mathrm{rad}$$

$$\therefore \boldsymbol{\emptyset_{AB} = 0{,}480^{o}}$$

3. A bomba opera com um motor que tem potência de 1 kW. Supondo que o impulsor em B esteja girando a 150 rpm, determinar o menor diâmetro externo (em mm inteiros) do eixo tubular de espessura 6 mm de transmissão em A sabendo que a tensão de cisalhamento admissível do material do eixo é de 12 MPa.



Solução:

→Cálculo do torque:

$$P = 1\ \mathrm{kW} = 1 \times 10^6\ \frac{\mathrm{N.mm}}{\mathrm{s}}$$

$$\omega = 150\ \mathrm{rpm} = 150 \times \frac{2\pi}{60} \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$P = T\,\omega \ \Rightarrow T = \frac{P}{\omega} \ \Rightarrow$$

$$T = \frac{1 \times 10^6\ \frac{\mathrm{N.mm}}{\mathrm{s}}}{150 \times \frac{2\pi}{60} \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}} = 63661{,}977\ \mathrm{N.mm}$$

→Cálculo do diâmetro externo do eixo:

$$d_{ext} = ?$$

$$d_{int} = d_{ext} - 12\ \mathrm{mm}$$

$$\tau_{adm} = 12\ \mathrm{MPa} = 12\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

$$\tau_{max} \le \tau_{adm}$$

$$\tau_{max} = \frac{T\,d_{ext}}{2\,J_t} = \frac{T\,d_{ext}}{2\,\frac{\pi}{32}(d_{ext}^4 - d_{int}^4)} \le \tau_{adm}$$

$$\Rightarrow \frac{63661{,}977\ \mathrm{N.mm}\ d_{ext}}{2\,\frac{\pi}{32}\,[d_{ext}^4 - (d_{ext} - 12\ \mathrm{mm})^4]} \le 12\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$$

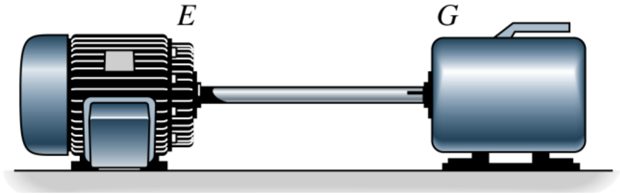
$$\Rightarrow \frac{d_{ext}}{[d_{ext}^4 - (d_{ext} - 12\ \mathrm{mm})^4]} \le \frac{12\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2} \times 2\,\frac{\pi}{32}}{63661{,}977\ \mathrm{N.mm}}$$

$$\Rightarrow 48\,d_{ext}^3 - 864\,d_{ext}^2 - 20106{,}9823\,d_{ext} - 20736 \ge 0 \ \Rightarrow \begin{cases} -12{,}577 \le d_{ext} \le -1{,}085\ \mathrm{mm} \\ d_{ext} \ge 31{,}661\ \mathrm{mm} \end{cases}$$

$$\therefore\ \mathbf{d_{ext} = 32\ mm}$$

4. O eixo de aço A-36 tem 3 m de comprimento e diâmetro externo de 50 mm. Requer que transmita 35 kW de potência do motor E para o gerador G. Determinar a menor velocidade angular (em rpm) que o eixo pode ter, se o máximo ângulo de torção admissível é de 1º. O módulo de elasticidade transversal do aço A-36 é de 75 GPa.

1 hp = 550 lbf.pé/s
1 hp = 745,6987 W
1 π rad = 180º
1 min=60 s
1 pol = 25,4 mm
1 pé = 12 pol
1 W = 1 N.m/s



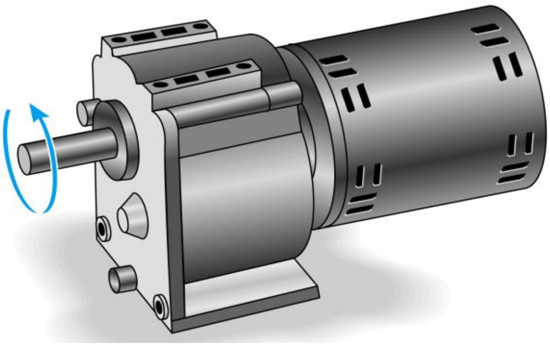
Solução:

$$\emptyset = \frac{\frac{P}{\omega} L}{G\, J_T} \;\Rightarrow\; \omega = \frac{P\, L}{\emptyset\, G\, J_T}$$

$$\Rightarrow\; \omega = \frac{35000\ \frac{\text{N.m}}{\text{s}} \times\ 3\ \text{m}}{1 \times \frac{\pi}{180}\,\text{rad} \times\ 75 \times 10^9\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times \frac{\pi(0{,}050\ \text{m})^4}{32}} = 130{,}7\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\therefore\ \omega = 1248\ \text{rpm}$$

5. O motor de engrenagens desenvolve 3 kW quando gira a 5000 rpm. Supondo que a tensão de cisalhamento admissível para o eixo seja τ_{adm} = 54,1 MPa, determinar o menor diâmetro de eixo que pode ser usado (resposta em milímetros inteiros).



Solução:
1 rotação = 2π rad
1 minuto = 60 s

$$P = 3000\ \frac{N.m}{s}$$

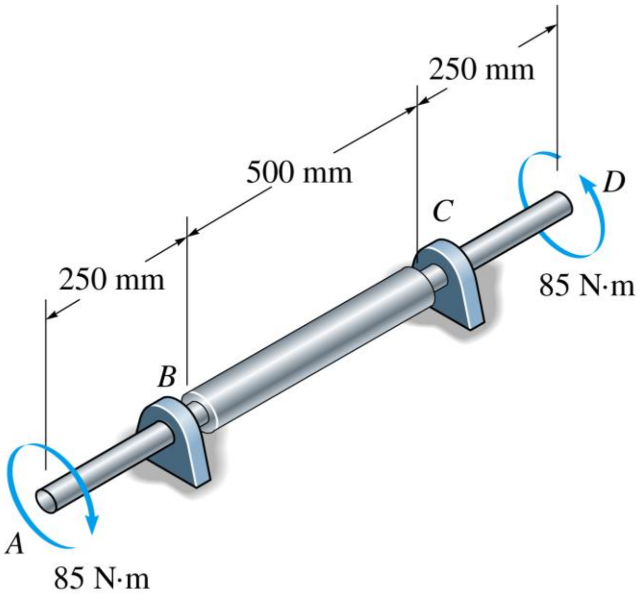
$$P = T\,\omega \Rightarrow T = \frac{P}{\omega} = \frac{3000}{5000 \times \frac{2\pi}{60}} = 5{,}7296\ N.m = 5729{,}6\ N.mm$$

$$\tau_{max} = \frac{Td}{2J_t} \Rightarrow \tau_{max} = \frac{Td}{2\left(\frac{\pi d^4}{32}\right)} = \frac{16T}{\pi d^3} \Rightarrow d_{min} = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \tau_{adm}}}$$

$$d_{min} = \sqrt[3]{\frac{16 \times 5729{,}6}{\pi \times 54{,}1}} = 8{,}14\ mm \quad \cong \quad 9\ mm$$

Resposta: O menor diâmetro de eixo deve ser **d_{min}= 9 mm**.

6. O eixo de aço A-36 (G=75 GPa) está composto pelo tubo BC e por duas partes maciças AB e CD. Apoia-se em mancais lisos que lhe permitem girar livremente. Se as extremidades estão sujeitas a torques de 85 N.m, qual o ângulo de torção da extremidade A em relação à extremidade D? O tubo tem diâmetro externo de 40 mm e diâmetro interno de 30 mm. As partes maciças têm diâmetros de 20 mm.



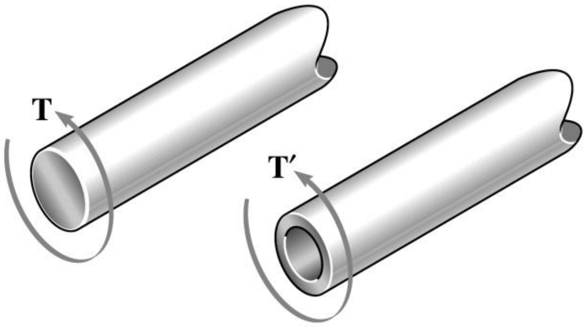
Solução:

$$\emptyset_{AD} = \frac{T}{G}\left(\frac{L_{AB}}{J_{T_{AB}}} + \frac{L_{BC}}{J_{T_{BC}}} + \frac{L_{CD}}{J_{T_{CD}}}\right)$$

$$\emptyset_{AD} = \frac{85000}{75000}\left(\frac{250}{\frac{\pi 20^4}{32}} + \frac{500}{\frac{\pi(40^4-30^4)}{32}} + \frac{250}{\frac{\pi 20^4}{32}}\right) = 0{,}039373 \text{ rad}$$

$$\emptyset_{AD} = 2{,}26^{o}$$

7. Um eixo é feito de liga de aço com tensão de cisalhamento admissível de τ_{adm} = 12 ksi. Supondo que o diâmetro do eixo seja de 1,5 pol, determinar o torque máximo **T** que pode ser transmitido. Qual seria o torque máximo **T'** se fosse feito um furo de 1 pol de diâmetro ao longo do eixo?



Solução:

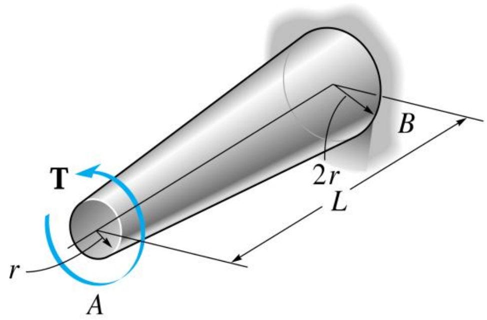
→Para o eixo maciço:

$$\tau_{adm} = 12 \text{ ksi} = 12000 \text{ psi}$$
$$d = 1{,}5 \text{ pol}$$
$$\tau_{adm} = \frac{T\ d}{2\ J_T} = \frac{Td}{2.\frac{\pi d^4}{32}} = \frac{16T}{\pi d^3}$$
$$T = \frac{\tau_{adm}\pi d^3}{16} = \frac{12000\ \pi\ 1,5^3}{16}$$
$$T = 7952{,}16 \text{ lb . pol}$$

→Para o eixo com um furo de 1 pol:

$$\tau_{adm} = 12 \text{ ksi} = 12000 \text{ psi}$$
$$d_e = 1{,}5 \text{ pol}$$
$$d_i = 1{,}0 \text{ pol}$$
$$\tau_{adm} = \frac{T'\ d}{2\ J_T} = \frac{Td_e}{2.\frac{\pi(d_e^4 - d_i^4)}{32}} = \frac{T' \times 1{,}5}{2 \times \frac{\pi(1{,}5^4 - 1{,}0^4)}{32}} = 12000$$
$$\therefore T' = 6381{,}36 \text{ lb . pol}$$

8. O eixo cônico de comprimento L tem raio r na extremidade A e 2r na extremidade B. Se for engastado na extremidade B e submetido a um torque T, qual será o ângulo de torção na extremidade A? O modulo de elasticidade ao cisalhamento é G



Solução:

Traço Geométrico:

$$r(x) = r + \frac{r}{L}x \quad r(x) = \frac{rL + rx}{L}$$

$$j(x) = \frac{\pi}{2}\left(\frac{rL + rx}{L}\right)^4 \quad j(x) = \frac{\pi r^4}{2L^4}(L + x)^4$$

Resolução:

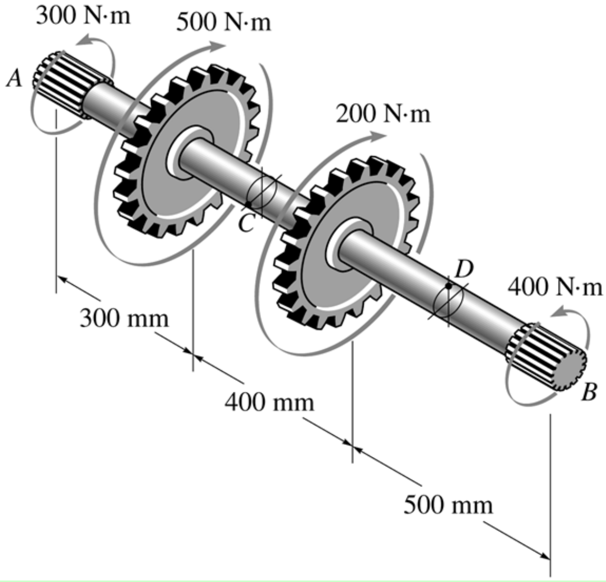
$$\phi = \int_0^L \frac{Tdx}{j(x)G}$$

$$\phi = \frac{2TL^4}{\pi r^4 G}\int_0^L \frac{dx}{(L + x)^4}$$

$$\phi = \frac{2TL^4}{\pi r^4 G}\left[-\frac{1}{3(L + x)^3}\right]\begin{cases} L \\ 0 \end{cases}$$

$$\boldsymbol{\phi = \frac{7TL}{12\pi r^4 G}}$$

9. O eixo maciço de aço (G = 75 GPa) de 43 mm de diâmetro é usado para transmitir os torques aplicados às engrenagens. Determinar o ângulo total de torção do ponto A em relação ao ponto B.



Solução:

d = 43 mm

O ângulo total de torção é dado pela expressão:

$$\phi_{AB} = \frac{T_1 L_1}{GJ} + \frac{T_2 L_2}{GJ} + \frac{T_3 L_3}{GJ} = \frac{1}{GJ}\left(T_1 L_1 + T_2 L_2 + T_3 L_3\right)$$

$T_1 = -300 \text{ Nm} = -300000 \text{ Nmm}$

$L_1 = 300 \text{ mm}$

$T_2 = -300 + 500 = +200 \text{ Nm} = +200000 \text{ Nmm}$

$L_2 = 400 \text{ mm}$

$T_3 = -300 + 500 + 200 = +400 \text{ Nm} = +400000 \text{ Nmm}$

$L_3 = 500 \text{ mm}$

$J = \dfrac{\pi d^4}{32} = 335640{,}0 \text{ mm}^2$

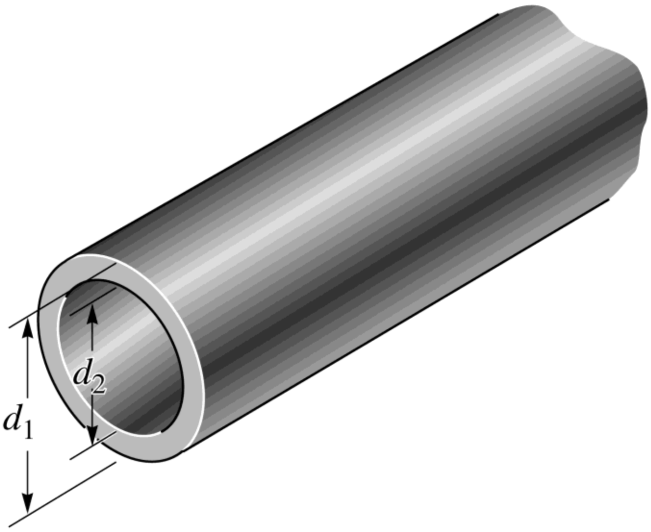
$G = 75000 \text{ N/mm}^2$

$$\phi_{AB} = \frac{1}{G\,J}\left(-300000 \times 300 + 200000 \times 400 + 400000 \times 500\right)$$

$\therefore \phi_{AB} = 0{,}007548 \text{ rad} = 0{,}43246^{\circ}$

Resposta: O ângulo total de torção de A em relação a B é de **0,432º**.

10. Um tubo de aço com diâmetro externo de d_1 = 64 mm transmite 26 kW quando gira a 500 rpm. Determinar o diâmetro interno d_2 do tubo, em milímetros inteiros, se a tensão de cisalhamento admissível for τ_{max} = 70 MPa.



Solução:

A relação entre potência e velocidade é:

$$P = T\,\omega \Rightarrow T = \frac{P}{\omega}$$

Assim, a tensão de cisalhamento máxima é:

$$\tau_{max} = \frac{T\,d_1}{2\,J_t} = \frac{\frac{P}{\omega}d_1}{2\left(\frac{\pi d_1^4}{32} - \frac{\pi d_2^4}{32}\right)} = \frac{P\,d_1}{2\omega\left(\frac{\pi d_1^4}{32} - \frac{\pi d_2^4}{32}\right)}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\pi d_1^4}{32} - \frac{\pi d_2^4}{32}\right) = \frac{P\,d_1}{2\omega\tau_{max}} \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi d_2^4}{32} = \frac{\pi d_1^4}{32} - \frac{P\,d_1}{2\omega\tau_{max}} \quad \Rightarrow \quad d_2^4 = d_1^4 - \frac{32\,P\,d_1}{2\pi\omega\tau_{max}}$$

$$\Rightarrow \quad d_2 = \sqrt[4]{d_1^4 - \frac{32\,P\,d_1}{2\pi\omega\tau_{max}}}$$

Como temos:

d_1= 64 mm

P= 26 kW = 26×10^6 N.mm/s

ω= 500 rpm = 500 × (2π rad) / (60s)

τ_{max}= 70 MPa = 70 N/mm^2

Então:

$$d_2 = \sqrt[4]{d_1^4 - \frac{32\,P\,d_1}{2\pi\omega\tau_{max}}} = \sqrt[4]{64^4 - \frac{32\times26\times10^6\times64}{2\pi\times500\times\frac{2\pi}{60}\times70}} = 61{,}67\text{ mm}$$

Resposta: O diâmetro interno d_2 do tubo deve ser de 61 mm.