

**Lista de Exercícios – Esforços**

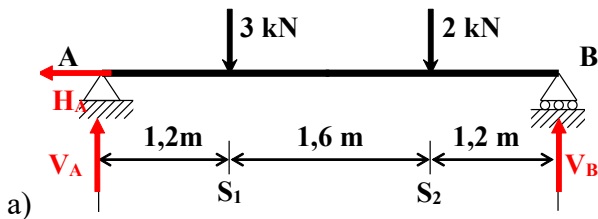
Calcule os esforços nas seções S<sub>1</sub> e S<sub>2</sub> das vigas isostáticas representadas pelas figuras abaixo:

<p>a)</p>	<p>→ Seção S<sub>1</sub> – um infinitésimo à esquerda de S<sub>1</sub>:  <math>\therefore V_{S1} = 2,70 \text{ kN}</math>  <math>\therefore M_{S1} = 3,24 \text{ kN.m}</math>                  → Seção S<sub>2</sub> – um infinitésimo à esquerda de S<sub>2</sub>:  <math>\therefore V_{S2} = -0,30 \text{ kN}</math>  <math>\therefore M_{S2} = 2,76 \text{ kN.m}</math></p>
<p>b)</p>	<p>→ Seção S<sub>1</sub> – à esquerda de S<sub>1</sub>:  <math>\therefore V_{S1} = 10,8 \text{ kN}</math>  <math>\therefore M_{S1} = 32,64 \text{ kN.m}</math>                  → Seção S<sub>2</sub> – à esquerda de S<sub>2</sub>:  <math>\therefore V_{S2} = -13,2 \text{ kN}</math>  <math>\therefore M_{S2} = 30,24 \text{ kN.m}</math></p>
<p>c)</p>	<p>→ Seção S<sub>1</sub> – à esquerda de S<sub>1</sub>:  <math>\therefore V_{S1} = 11,6 \text{ kN}</math>  <math>\therefore M_{S1} = 45,12 \text{ kN.m}</math>                  → Seção S<sub>2</sub> – à esquerda de S<sub>2</sub>:  <math>\therefore V_{S2} = -12,4 \text{ kN}</math>  <math>\therefore M_{S2} = 46,64 \text{ kN.m}</math></p>

Calcule os esforços nas seções localizadas no meio dos trechos AB das vigas isostáticas abaixo:

<p>d)</p>	<p><math>\therefore N = 0</math>  <math>\therefore V = -\frac{qa^2}{2L}</math>  <math>\therefore M = \frac{q(L^2 - 2a^2)}{8}</math></p>
<p>e)</p>	<p><math>\therefore N = 0</math>  <math>\therefore V = P</math>  <math>\therefore M = -\frac{PL}{2}</math></p>
<p>f)</p>	<p><math>\therefore N = 0</math>  <math>\therefore V = \frac{qL}{2}</math>  <math>\therefore M = -\frac{qL^2}{8}</math></p>
<p>g)</p>	<p><math>\therefore N = 0</math>  <math>\therefore V = 0</math>  <math>\therefore M = \frac{q(L^2 - 4a^2)}{8}</math></p>

Calcule os esforços nas seções  $S_1$  e  $S_2$  da viga isostática representada pela figura abaixo:



Solução:

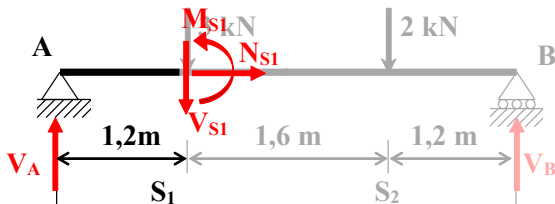
→ Reações de apoio

$$\sum F_x = 0 \therefore H_A = 0,00 \text{ kN}$$

$$\sum (M_z)_B = 0 \Rightarrow V_A \times 4 - 3 \times 2,8 - 2 \times 1,2 = 0 \Rightarrow V_A = \frac{3 \times 2,8 + 2 \times 1,2}{4} \therefore V_A = 2,70 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - 3 - 2 = 0 \Rightarrow V_B = 3 + 2 - 2,7 \therefore V_B = 2,30 \text{ kN}$$

→ Seção  $S_1$  – um infinitésimo à esquerda de  $S_1$ :

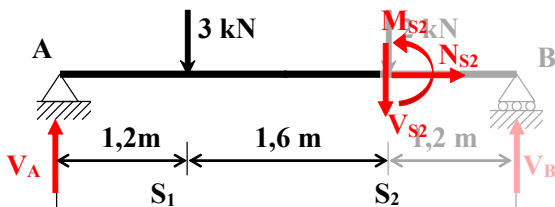


$$\sum F_x = 0 \therefore N_{S1} = 0,00 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - V_{S1} = 0 \therefore V_{S1} = 2,70 \text{ kN}$$

$$\sum (M_z)_{S1} = 0 \Rightarrow V_A \times 1,2 - M_{S1} = 0 \therefore M_{S1} = 3,24 \text{ kN.m}$$

→ Seção  $S_2$  – um infinitésimo à esquerda de  $S_2$ :

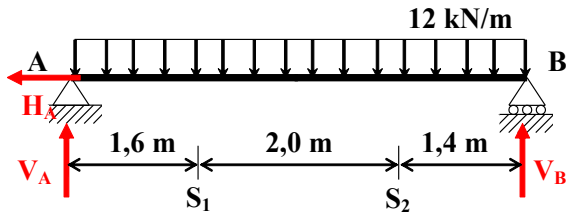


$$\sum F_x = 0 \therefore N_{S2} = 0,00 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - 3 - V_{S2} = 0 \therefore V_{S2} = -0,30 \text{ kN}$$

$$\sum (M_z)_{S1} = 0 \Rightarrow V_A \times 2,8 - 3 \times 1,6 - M_{S2} = 0 \therefore M_{S2} = 2,76 \text{ kN.m}$$

Calcule os esforços nas seções  $S_1$  e  $S_2$  da viga isostática representada pela figura abaixo:



b)

Solução:

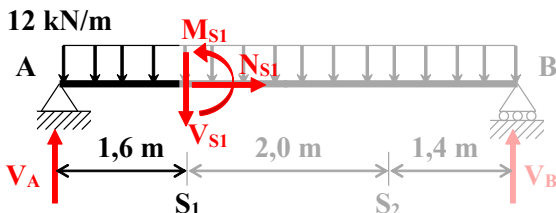
→ Reações de apoio

$$\sum F_x = 0 \therefore H_A = 0,00 \text{ kN}$$

$$\sum (M_z)_B = 0 \Rightarrow V_A \times 5 - (12 \times 5) \times \frac{5}{2} = 0 \therefore V_A = 30,0 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - (12 \times 5) = 0 \therefore V_B = 30,0 \text{ kN}$$

→ Seção  $S_1$  – à esquerda de  $S_1$ :

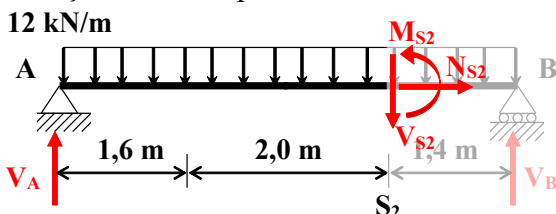


$$\sum F_x = 0 \therefore N_{S1} = 0,00 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - (12 \times 1,6) - V_{S1} = 0 \therefore V_{S1} = 10,8 \text{ kN}$$

$$\sum (M_z)_{S1} = 0 \Rightarrow V_A \times 1,6 - (12 \times 1,6) \times \frac{1,6}{2} - M_{S1} = 0 \therefore M_{S1} = 32,64 \text{ kN.m}$$

→ Seção  $S_2$  – à esquerda de  $S_2$ :

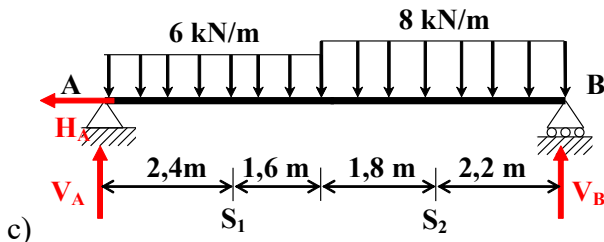


$$\sum F_x = 0 \therefore N_{S2} = 0,00 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - (12 \times 3,6) - V_{S2} = 0 \therefore V_{S2} = -13,2 \text{ kN}$$

$$\sum (M_z)_{S2} = 0 \Rightarrow V_A \times 3,6 - (12 \times 3,6) \times \frac{3,6}{2} - M_{S2} = 0 \therefore M_{S2} = 30,24 \text{ kN.m}$$

Calcule os esforços nas seções  $S_1$  e  $S_2$  da viga isostática representada pela figura abaixo:



c)

Solução:

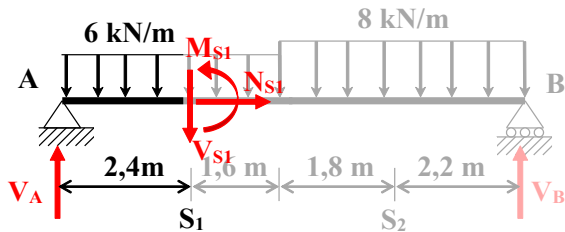
→ Reações de apoio

$$\sum F_x = 0 \therefore H_A = 0,00 \text{ kN}$$

$$\sum (M_z)_B = 0 \Rightarrow V_A \times 8 - (6 \times 4) \times 6 - (8 \times 4) \times 2 = 0 \therefore V_A = 26,0 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - (6 \times 4) - (8 \times 4) = 0 \therefore V_B = 30,0 \text{ kN}$$

→ Seção  $S_1$  – à esquerda de  $S_1$ :

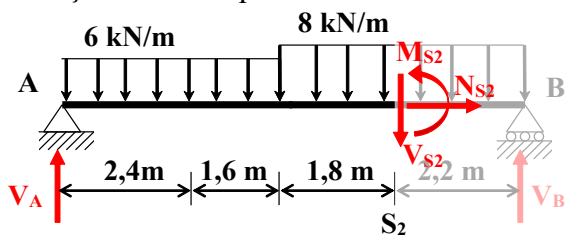


$$\sum F_x = 0 \therefore N_{S1} = 0,00 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - (6 \times 2,4) - V_{S1} = 0 \therefore V_{S1} = 11,6 \text{ kN}$$

$$\sum (M_z)_{S1} = 0 \Rightarrow V_A \times 2,4 - (6 \times 2,4) \times \frac{2,4}{2} - M_{S1} = 0 \therefore M_{S1} = 45,12 \text{ kN.m}$$

→ Seção  $S_2$  – à esquerda de  $S_2$ :

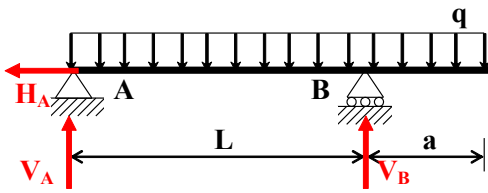


$$\sum F_x = 0 \therefore N_{S2} = 0,00 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - (6 \times 4) - (8 \times 1,8) - V_{S2} = 0 \therefore V_{S2} = -12,4 \text{ kN}$$

$$\sum (M_z)_{S1} = 0 \Rightarrow V_A \times 5,8 - (6 \times 4) \times 3,8 - (8 \times 1,8) \times 0,9 - M_{S2} = 0 \therefore M_{S2} = 46,64 \text{ kN.m}$$

Calcule os esforços na seção localizada no meio do trecho AB da viga isostática abaixo:



d)

Solução:

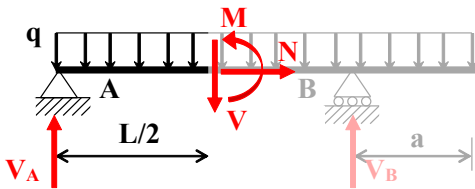
→ Reações de apoio

$$\sum F_x = 0 \therefore H_A = 0$$

$$\sum (M_z)_A = 0 \Rightarrow V_B L - [q(L+a)] \frac{(L+a)}{2} = 0 \therefore V_B = \frac{q(L+a)^2}{2L}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - [q(L+a)] = 0 \therefore V_A = \frac{q(L^2 - a^2)}{2L}$$

→ Seção S no meio do vão AB:

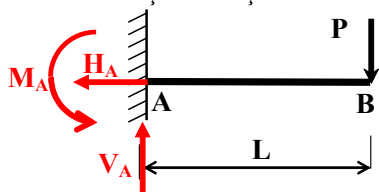


$$\sum F_x = 0 \therefore N = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - \left(q \frac{L}{2}\right) - V = 0 \therefore V = -\frac{qa^2}{2L}$$

$$\sum (M_z)_S = 0 \Rightarrow V_A \frac{L}{2} - \left(q \frac{L}{2}\right) \frac{L}{4} - M = 0 \therefore M = \frac{q(L^2 - 2a^2)}{8}$$

Calcule os esforços na seção localizada no meio do trecho AB da viga isostática abaixo:



e)

Solução:

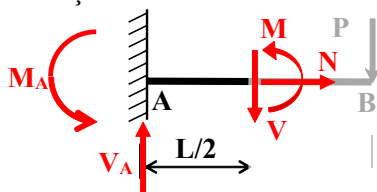
→ Reações de apoio

$$\sum F_x = 0 \therefore H_A = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - P = 0 \therefore V_A = P$$

$$\sum (M_z)_A = 0 \Rightarrow PL - M_A = 0 \therefore M_A = PL$$

→ Seção S no meio do vão AB:

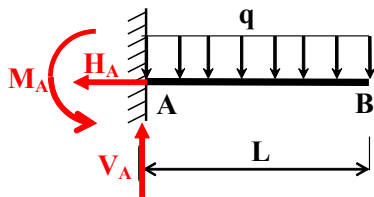


$$\sum F_x = 0 \therefore N = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - V = 0 \therefore V = P$$

$$\sum (M_z)_S = 0 \Rightarrow V_A \frac{L}{2} - M_A - M = 0 \therefore M = -\frac{PL}{2}$$

Calcule os esforços na seção localizada no meio do trecho AB da viga isostática abaixo:



f)

Solução:

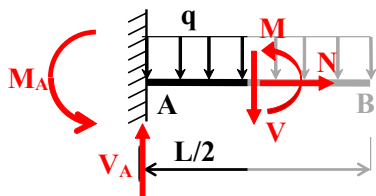
→ Reações de apoio

$$\sum F_x = 0 \therefore H_A = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - qL = 0 \therefore V_A = qL$$

$$\sum (M_z)_A = 0 \Rightarrow qL \frac{L}{2} - M_A = 0 \therefore M_A = \frac{qL^2}{2}$$

→ Seção S no meio do vão AB:

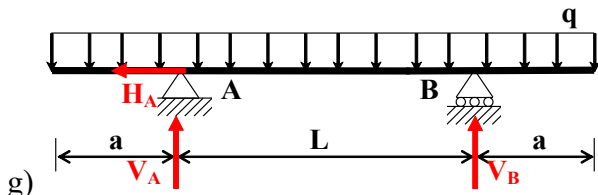


$$\sum F_x = 0 \therefore N = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - \left(q \frac{L}{2}\right) - V = 0 \therefore V = \frac{qL}{2}$$

$$\sum (M_z)_S = 0 \Rightarrow V_A \frac{L}{2} - \left(q \frac{L}{2}\right) \frac{L}{4} - M_A - M = 0 \therefore M = -\frac{qL^2}{8}$$

Calcule os esforços na seção localizada no meio do trecho AB da viga isostática abaixo:



g)  
Solução:

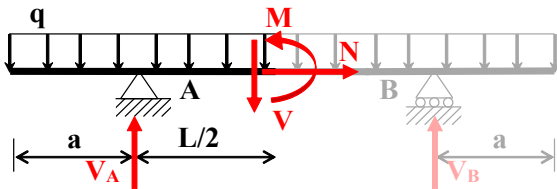
→ Reações de apoio

$$\sum F_x = 0 \therefore H_A = 0$$

$$\sum (M_z)_A = 0 \Rightarrow V_B L - [q(L + 2a)] \frac{L}{2} = 0 \therefore V_B = \frac{q(L + 2a)}{2}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A + V_B - [q(L + 2a)] = 0 \therefore V_A = \frac{q(L + 2a)}{2}$$

→ Seção S no meio do vão AB:



$$\sum F_x = 0 \therefore N = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - q\left(a + \frac{L}{2}\right) - V = 0 \therefore V = 0$$

$$\sum (M_z)_S = 0 \Rightarrow V_A \frac{L}{2} - q\left(a + \frac{L}{2}\right) \frac{\left(a + \frac{L}{2}\right)}{2} - M = 0 \therefore M = \frac{q(L^2 - 4a^2)}{8}$$